مقدمة في الاحصاء النفسي والتربوي

دكتور
محمود عبد الحليم منسى

١٩٨٠







الإهداء

بكل الحب والوفاء

أهدى باكورة أعمالى إلى أعز وأغلى ما وهبه الله لى

زوجتى — وأبنائى (خالد - رشا - مروه)

وجميع أبنائى وبناتى الطلاب

مقدمة

يتفق معظم علماء النفس الاحصائى على أنه يوجد هدفان رئيسيان للاحصاء في الدراسات النفسية والتربوية هما : -

١ — وصف البيانات النفسية أو التربوية وفى هذه الحالة تسمى الأحصاء بالأحصاء الوصفى التى تستخدم فى تلخيص البيانات العددية مثل درجات الاختبار النفسى أو التحصيلى أو أعمار التلاميذ أو سنوات الدراسة .

٢ — امداد الباحث النفسى أو التربوى بطرق علمية لتفسير نتائج دراسته تفسيراً علمياً دقيقاً يمكن به تعميم هذه النتائج على المجتمع الأصل ويسمى فرع الأحصاء الذى يحقق هذا الهدف بالاحصاء التفسيرى Inferential Statistics ويهتم هذا الفرع من الاحصاء بتفسير العلاقة بين المتغيرات كأن يلاحظ أحد أحد الباحثين وجود علاقة قوية بين متغيرين كالتفكير الابتكارى للتلاميذ وقدراتهم على حل المشكلات لعينه من تلاميذ الصف الأول الثانوى العام بمدينة الاسكندرية ويريد أن يعمم هـذه العلاقة على جميـع التلاميذ فى هـذا السن بمدينة الاسكندرية فإن الاحصاء التفسيرى يساعده على تطبيق بعض أختبارات الدلالة التى تساعده على معرفة ما إذا كانت هذه النتائج يمكن تعميمها. والكاتب يهدف أساساً أن يقدم هذا الكتاب لدراسى علم النفس والتربية حتى يساعدهم على فهم أفضـل للدراسات التربوية والنفسية التى يتابعون دراستها فى مرحلة التعليم الجامعى وقد كان نصب عين المؤلف دائما أن عدداً كبيراً من دارسى علم النفس والتربية ليسوا من المتخصصين فى الرياضيات بل أن معظمهم ليس لديه الخلفية الرياضية الـكافية لمتابعة مقـرر متطور فى الإحصاء لذلك توخى

المؤلف تبسيط المعلومات الاحصائية حتى تناسب مستويات كثيرة من الدارسين والقراء ، وفى هـذا المجال يشكر المؤلف كل من الاستاذ الدكتور ابراهيم وجيه محمود عميد كلية التربية جامعة الاسكندرية والدكتور سيد محمدحسن خير الله عميد كليـة التربية . جامعـة المنصورة على أرشاداتهم المخلصة التى كان لها أكبر الأثر فى اخراج هذا العمل المتواضع بصورة مرضية .

هذا ويشكر الكاتب كل من عاون فى هذا الكتاب سواء بالرأى أو الجهد ويرجو الله أن يحقق هـــذا الكتاب الغاية التى كتب من أجلها والله ولى التوفيق ؟

الاسكندرية يوليو سنة ١٩٨٠

الفصل الأول

أهمية الاحصاء فى البحوث النفسية والتربوية

مقـــدمة .

إن معظم الدارسين فى مجال العلوم السلوكية والتربويه يلزمهم دراســـة بعض موضوعات الاحصاء الوصفى التى تفيد فى القياس الـكمى للظواهـر المختلفة ، والاحصاء الوصفى هو ذلك العلم الذى يهتم بطـرق جمـــع البيانات وتنظيمها ثم تلخيصها بقصــــد تحليلها لاستخلاص نتائج صادقـة وإشتقاق مناقشات معقولة فى ضوء هذا التحليل . وباختصار فإن مصطلح « احصاء » يستخدم لىرمـــز إلى البيانات نفسها أو الأرقام المستخلصة منها مثل المتوسط الحسابى مثلا وعلى ذلك فالمقصود بمصطلح إحصاء Statstics فى هـذا الكتاب « هو طرق جمع وتبويب وتلخيص البيانات Data النفسية والتربويه وكذلك تحليلهاو استخلاص نتائج موضوعية منهاو تفسيرها » .

ويعتبر الاحصاء من أهم الوسائل العلمية المستخدمه فى ميادين البحث العلمى بصفة عامة وفى ميادين علم النفس والعلوم الانسانية بصفة خاصة .

ويمكن إيجاز أهمية دراسة الاحصاء لدراس علم النفس والتربية فى النقاط التالية .

١ ـ تساعد الطرق الاحصائيـة المختلفة على وصف الظواهــــر النفسية والتربوية وصفا دقيقا .

٢ ـ تساعد على أن يكون الباحث دقيقا ومحـددا فى خطوات تفكيره لحل المشكلات .

٣ ـ تساعد على تلخيص نتائج البحوث بطريقة سهلة ومفيدة .

٤ ـ تساعد على الوصول إلى نتائج يمكن الاستفادة منها وتعميمها .

٥ ـ تساعد على التنبؤ بالظواهر المختلفة وعلى معرفة امكانية حدوث مثل هذه الظواهر ومقدار وشروط حدوثها وكيفية تعديل مواعيد حدوثها .

ونظراً لأهمية الاحصاء فى البحوث النفسية والتربويه التى تستخدم أساساً المنهج العلمى فى تجاربها فإن المؤلف سيقدم للقارىء فى هذا الفصل فكـــرة مبسطة عن العينات Samples وخطوات المنهج العلمى والمتغيرات فى البحوث النفسية والتربوية لأنها لا تمثل العناصر الرئيسية فى هذه البحوث وعلى أساسها يختار القائمون على البحث الطرق الاحصائية الملائمة .

أولا : العينات Samples

إن أول ما يواجه الباحث فى العلوم السلوكية والانسانية بعـــد تحديد مشكلة بحثه هو اختيار عينة الافـراد التى سيجـرى عليها تجاربه ، فليس من من اليسير على الباحث عند دراسة مشكله ما فى مجتمع population معين أن يقوم بدراسة هذه المشكلة فى كل أفراد ذلك المجتمع . لذلك فإنه يضطـر فى كثير من الاحيان إلى اختيار عينة صغيرة من هذا المجتمع الأصلى . فإذا أراد باحث دراسة اتجاهات شباب الجامعات المصرية نحو السلام بين العرب وإسرائيل فإنه فى هذه الحالة لن يجـــد سهولة فى قياس اتجاهات جميع شباب الجامعات المصرية ولكنه يختار عينه يمكن أن تمثل جميع شباب الجامعات تمثيلا صحيحا وذلك على افتراض أن النتائج التى يصل إليها من دراسـة المشكله على جميع أفراد المجتمع الأصلى .

ولكى تكون العينة ممثلة تمثيلا صحيحا Representative يجب أن يكون حجمها كبيراً بما يتناسب مع حجم المجتمع الأصلى المراد دراسته واستخلاص النتائج عنه . ولا يمكن تحديد حجم العينة بقواعد ثابتة لأن هذا الحجم يتوقف على طبيعه المجتمع الأصلى وعلى نوع الاختبارات المستخدمه فى قياس موضوع المشكلة وأسلوب دراسته ويستحسن فى جميع الحالات اختيار عينة يمـــكن أن نسميها العينة العشوائية Random وهي تلك العينة التى لا يدخل فى طريقة اختيارها أى نوع من أنواع التحيز ويشترط أن تكون هذه العينة وليـدة الصدفة المطلقة وحدها . وكمثال لاستخدام هذا النوع من العينات العشوائية فى البحوث التى يحتاج الباحث إلى اختيار مجموعتين من الأفراد او كما فى بحوث المقارنه مثل المقارنه بين انماط التفكير المختلفة لطلاب المدرسة الثانوية العامـة بمصر الذين يدرسون بالقسم العلمى والذين يدرسون بالقسم الأدبى .

فى هذه الحالة يحتاج الباحث إلى مجموعتى طلاب متكافئتين تماماً من حيث العمر والجنس والمستوى الاجتماعى والاقتصادى والمستوى التحصيلى والذكاء ويمكن للباحث التحقق من ذلك باستخدام عـــدد كبير من الاختبارات فى النواحى المختلفة التى تهم البحث . وطبقا لنتائج هذه الاختبارات فإن الباحث يقسم عينة الطلاب إلى أزواج متجانسة ثم يقسم كل زوج بين المجموعتين فيضع على سبيل المثال الأول فى المجموعه الأولى والثانى فى الثانية ثم الثالث فى الثانية والرابع فى الأولى وهكذا تتكون المجموعتان على الصورة المبينة بالجدول التالى .

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
١	٢
٤	٣
٥	٦
٨	٧
...	...

وسيتناول المؤلف بإيجاز أنواع العينات وطريقة اختيار كل نوع كمايلي :-

أنواع العينات [١] :

من المعلوم أنه لايتيسر للباحث فى العــــلوم النفسية أو التربوية أن يقوم بالبحث على أفراد المجتمع الأصلى فى معظم الأحيان . لذلك كان اختيار عينة تمثل المجتمع الأصلى بدون تحيز أو أخطاء يعد من أهم خطوات إجراء البحث العلمى . وأنواع العينات كثيرة ولكن يمكن أن تقســـم إلى قسمين رئيسيين هما :

---

(١) لمعرفة أنواع العينات وطرق اختيارها - أحجامها ومصادر الاخطاء فى اختيار العينة بالتفصيل ارجع الى الكتب التالية :

فان دالين ، ديو بولد : مناهج البحث فى التربية وعلم النفس ، ترجمة محمـــد نبيل نوفل وآخرون ص ص ٤٤٥ ـ ٤٥٣

ـ عبد اللطيف عبد الفتاح وأحمد محمد عمرة : المدخل فى الاحصاء ورياضياته ص ص ١٢٦ ـ ١٨٠

ـ عبد الباسط محمد حسن : أصول البحث الاجتماعى ص ص ٢٥١ ـ ٢٨٩

١ ـ عينات الاحتمالات Probability Samples

١) العينة العشوائية

٢) « الطبقية

٣) « المساحية

٤) « المنتظمة

وهذه الأنواع تخضع لتطبيق الطرق الإحصائية التي تمدنا بتقديرات صحيحه من المجتمع الأصلي ٠

٢ ـ عينات يتدخل فيها حكم الباحث Judgement Sample

ومن أنواع هذا القسم مايلي :

١) العينة العمدية

٢) العينة الحصصية

وتتوقف نتائج البحوث التي تعتمد على هذه الأنواع من العينات على حكم الباحث الشخصـــي ٠

وفيما يلي عرض موجز لبعض أنواع العينات :

أولا : عينات القسم الأول :

١) العينةالعشوائية البسيطة Simple Random Sample

ويتم اختيار هذا النوع من العينات بطريقة القرعة Lottery وفي هذه الطريقة تكتب أسماء جميع أفراد المجتمع الأصلي في بطاقات صغيرة ٠ ثم تطبق هذه البطاقات بحيث تختفي الأسماء تماما ثم تخلط هذه البطاقات المطبقة جيدا في إناء ثم نختار بالصدفة عدد الأفراد الذي نحدده لتلك العينة ٠

٢) العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random sample

فى هذه الحالة يقسم المجتمع الأصلي إلى مجموعات متساوية العـــدد . ويتم اختيارمفردات كل مجموعة بطريقة عشوائية ثم يختار الباحث مفردة من كل مجموعة لها نفس الترتيب العشوائى فمثلا إذا كان عدد أفراد كل مجموعة عشرة مفردات وتم اختيار المفردة رقم ٥ عشوائيا فتكون مفردات العينة العشوائية المنتظمة هي ٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥ ، ٤٥ ، ......

٣) العينة الطبقية Stratified Sample

فى هذه الطريقة نتبع الآتى :

ا ـ نقسم المجتمع الأصلي إلى صفاته الرئيسية المتصلة بهدف التجربة .

ب ـ تحسب نسبة عدد أفراد كل قسم إلى المجموع الكلى للأفراد .

جـ ـ نختـــار العينة العشوائية الممثلة لتلك الأقسام بما يتناسب وحجمها وأهميتهـــا .

د ـ نجمع العينات العشوائية فى مجموعة واحدة هي العينة العشوائية الطبقية

٤) العينة العشوائية المساحية Area Sample

وهى عينة تمثل المجتمع الأصلي من حيث التوزيع الجغرافى للأفراد فمثلا إذا أردنا اختيار عينة من الأطفال الذين تتراوح أعمـارهم فيما بين ١٠ ، ١٢ سنة من أطفال جمهورية مصر العربية فإننا نقسم الجمهورية إلى محافظات و نقسم كل محافظة إلي أقاليم ثم يقسم كل اقليم إلى أحياء سكنية وهكـذا إلى أن نتوقف عند مرحلة معينة . ويتم اختيار الأفراد من بين الوحدات التي تكونت بطريقة عشوائية .

٥) العينة الحصصية Quota Sample

ويعد هذا النوع من العينات مماثلا للعينة الطبقية فيما عدا اختيار الأفـراد من كل طبقة ففي العينة الطبقية يكون الاختيار عشوائيا أما فى العينة الحصصية فيكون الاختيار انتقائيا حسب امكانية الباحث فى الحصول على أفراد العينة بشرط أن يحصل على الحصة المطلوبة من كل طبقة أو فئة

٦ ـ العينه العمدية Purposive Sample

فى هذه الطريقة يعتمد الباحث على خبرته فى أن يختار بطريقة مقصودة مجموعة أفراد معينيين نظرا لأن الدراسات السابقة قد أشارت الى أن هـــذه المجموعة من الأفراد تمثل فى خصائصها خصائص المجتمع الأصلى . وهـذه الطريقة قليلة الاستخدام فى العلوم السلوكية والإنسانية نظرا لعدم وجـود منطقة محددة بها افراد لهم خصائص ومميزات مجتمع أصلى معينه ويمكن أن تمثله تمثيلا تاما .

٧) العينة العرضية Accidental Sample

إذا كان الباحث لا يستطيع اختيار عينة بحتة بأى من الطرق السابقة فإنه يختار أى مجموعة من الأفراد وبطريقة عرضية أى يختار مجموعة الافراد المتاحة وقت اجراء البحث ولكن فى هذه الحالة لايستطيع الباحث أن يعمم نتيجـة بحثه لإن هذه العينة لا تمثل إلا مجموعة الأفراد المكونة منهم .

وبعد العرض السابق للعينات وأنواعها فان الاحصاء الوصفى يعـد من أهم الوسائل العلمية المستخدمة فى ميادين البحث العلمى بصفة عامة وفى ميادين

البحوث النفسية والتربوية بصفة خاصة وفيما يلى تلخيص لخطوات البحث العلمى الأساسية.

خطوات المنهج العلمى :

يمكن تلخيص خطوات المنهج العلمى فى البحث فيما يلى :

١) الشعور بالمشكلة وتحديدها :

في هذه الخطوة يشعر الباحث بنتيجة ملاحظاته أو اطلاعه فى مجال معين بوجود ومشكلة ما ، ثم يقوم بتحديد هذه المشكلة تحديدا دقيقا وعادة تصاغ المشكلة في صيغة سؤال أو مجموعة تساؤلات . فمثلا إذا لاحـــظ المدرس اختلاف مستويات تلاميذه التحصيلية ولاحظ أن مستوياتهم الاجتمـاعية الثقافية والاقتصادية مختلفة فقد يشعر بأن هناك علاقة بين المستوى التحصيلى للتلاميذ والمستوى الاجتماعي والثقافى والاقتصادى لهم :

وفى هذه الحالة يمكن أن تصاغ هذه المشكلة بالسؤال التالى :

هل هناك علاقة دالة احصائيا بين المستوى التحصيلى والمستوى الاجتماعى والثقافى والإقتصادى للتلاميذ ، وهذا السؤال بالرغم من وضوحه إلا أنه غير محدد تحديدا دقيقا فقد يتساءل الفرد عن المقصود بالمستوى التحصيلى هل هو تحصيل عام فى جميـــع المواد الدراسية ، أو تحصيل أكاديمى فى بعض المواد الدراسية ، ويتساءل الفرد أيضا عن أعمار التلاميذ والمرحلة الدراسية التى يدرسون فيها وهكذا ولذلك على الباحث أن يحلل السؤال الســابق إلى عدد من التساؤلات التى تحدد المشكلة تحديدا دقيقا .

٢) جميع البيانات المتعلقة بالمشكلة :

ويتم ذلك إما عن طريق الملاحظات الموضوعية أو تطبيق الاختبارات أو الاستخبارات النفسية والتربوية على عينة البحث (١) أو عن طريق عقد المقابلات المقننة وكذلك الرجوع إلى الدراسات السابقة فى مجالات البحث.

٣) تلخيص وتصنيف البيانات .

وفى هذه الخطوة يقوم الباحث بتلخيص البيانات فى جداول أو رسوم بيانيه وكذلك تصنيفها حسب أهداف البحث ويستخدم الباحث فى سبيل ذلك عدة طرق احصائية كالتبويب أو الوصف الاحصائى والتحليل الاحصائى .

٤) فرض الفروض :

والمقصود بمصطلح فرض هنا هو حل مقترح للمشكلة يصيغه الباحث صياغة واضحة دقيقة بحيث لاتعطى أكثر من معنى واحد ولا يتضمن أكثر من متغير لكنه يمكن أن يتضمن علاقه بين متغيرين أو أكثر .

وعند صياغة الفروض تبدأ مشكلة التحول من البناء النظرى إلى التعميم التجريبى للاجابة على تساؤلات البحث .

ويجب أن تتوفر فى الفرض العلمى الشروط التالية :

أ - أن يكون لكل فرض إجابه واحدة فقط ولا يحتمل أكثر من إجابة واحدة .

---

(١) انظر العينات فى البحث العلمى ص ص ١٠ - ١٦

ب ــ أن يكون الفرض بسيطا فى صياغته وأن يقدم أبسط حل للمشكلة .

حـ ــ أن يكون الفرض قابلا للاختبار الاحصائى أى أن يكون الفرض قابلا للرفض أو القبول .

٥) اختبـار الفروض :

فى هذه الخطوة يختار الباحث الطرق الاحصائية المنـاسبة للاختبـار كل فرض من فروض البحث وتعتمد الطريقة الاحصائية على نوع الفرض العلمى ، فالطريقة الاحصائية التى تستخدم للتثبت من الفرض الذى يبحث علاقة بين متغيرين غير الطريقة الاحصائية التى تستخدم مع الفرض الذى يبحث الفرق بين مجموعتين فى متغير معين كسرعة زمن الرجع عند مجموعتـين من كبـار السن وصغاره ثم يقوم الباحث باختبار كل فرض على حده والفرض الذى يتحقق فى أكثر من دراسة يأخذ صفة النظرية أى أنه يمكن أن يتحقق إذا ما اعيدت تجربته تحت نفس الشروط الذى تم اختباره فيها .

٦) التفسير :

فى هذه الخطوة يحاول الباحث تقديم أسباب منطقية لما حصل عليه من نتائج ولا بد أن تقدم أسباب قوية لقبول أو رفض أى فرض من فروض بحثه ويجب أن يكون التفسير قائما على أساس حـــدود الدراسة مثل عينة الأفراد الذين أجريت عليهـم التجربة والأدوات التى استخدمت فالاختبـار أو الاستخبار أو الأجهزة التى استعان بها الباحث للوصول إلى نتائجه .

وبعد أن استعرض المؤلف خطوات المنهج العلمى فى البحث الذى يعـد أساس جميع الأساليب العلمية فى البحـوث النفسية والتربوية وجميع العـلوم الأخرى فإنه تجدر الاشارة إلى أنواع المتغيرات Variadle فى البحث العلمى والتى يقوم الباحث إما بتحديدها وضبطها أو تغييرها وفيما يلى نبذة موجزة عنها .

المتغيرات فى البحث العلمى

Variables in Scientefic Research

ومن المفيد معرفة أنواع المتغيرات فى البحوث النفسية والتربوية ويقصد بمصطلح متغير variable بأنه

« كمية تزيد أو تنقص ، أو عامل يعتمد على عوامل أخرى » (١) .

وتقسم المغيرات عادة إلى نوعين رئيسيين هما :

أ) المتغيرات المستقلة Inbependent Variables

ب) المتغيرات التابعة Dependent variables

وكتوضيح لأنواع المتغيرات التى يتعرض لها باحث يقوم بدراسة ظاهرة نفسية أو تربوية أو اجتماعية فاننا نلاحظ أن الباحث يعنيه بالدرجة الأولى دراسة أثر التغير الحادث فى أحد المتغيرات على التغير الحادث متغير آخر فمثلا إذا أراد الباحث دراســـة أسباب الطلاق أو للعوامل التى تعوق استمرارية الزواج فيجد نفسه امام عدد كبير من المتغيرات مثل المستوى الاقتصادى العالى الذى يتميز به بعض الرجال عن بقيه الرجال أو المستوى الأجتماعى المرتفع الذى يتميز به بعض الرجال عن الرجال الآخرين أو تماسك المجتمعات التى يعيش فيها بعض الرجال يكون أكثر من المجتمعات التى يعيش فيها بعضهم الآخر أو أن القوة العضلية التى يتميز لها بعض الرجال عن بقية الرجال وهكذا.

---

(١) عبد المنعم الحفنى (١٩٧٨) موسوعة علم النفس والتحليل النفسى . الطبعة الأولى مكتبة مدبولى للطباعة والنشر

وهنا يبرز التساؤل التالي : لماذا تتباين المتغـــيرات بعضها عن البعض ؟ هذا التساؤل يقودنا إلى التوضيح والتنبؤ بما إذا كان التغير فى أحد المتغيرات يعتمد على التغير فى متغير آخر وهذا يجعلنا نحدد دراسة أثر كل عامل مؤثر على الطلاق فى مثالنا السابق فمثلا يقوم الباحث بدراسة العلاقة بين نسبة دخل الزوج و نسبة الطلاق أو نسبة الطلاق فى المجتمعات المتماسكة بنسبة الطـلاق فى المجتمعات المفككة . هناك متغيرات أخـــرى تؤثر على العلاقة بين أى متغيرين هـذه المتغيرات تؤثر على النتيجة التى يستخلصها البـاحث بالرغم أنه لا يريد قياس مدى تأثيرها لذلك فمن المحتم عليه أن يقوم بتثبيتهـا أو التحكم فيها .

هذة المتغيرات يطلق عليها متغيرات متداخلة intercorrelated أو متغيرات وسيطة intervering

وفيما يلى شرح موجز لأنواع المتغيرات الثلاثة فى البحوث النفسية و التربوية

أولا : المتغيرات التابعة : والمتغير الذى يمثل النتيجة التى يتوصـــل إليها البحث أو التى يتوقعها من أجراء دراستـة يسمى المتغير التـابع ، أومتوقف الاختلافات الحادثة فى درجات هذا المتغير على التغيرات الحادثة فى متغـيرات أخرى . والمتغيرات التابعة عادة تعرف على أنهـا متغيرات متأثرة بمتغـيرات أخرى وتسمى فى بعض الأحيان بالمتغيرات الحرجة لأن البـاحث يهتم دائما بنتيجة التغير فيها .

ثانيا : المتغيرات المستقلة : المتغيرات المستقلة هي المتغـيرات التى تؤثر على المتغيرات التابعة وتحدث فيها الأثر . وعند معظم المهتمين بدراسة العلاقات بين

مثل هذه المتغيرات المستقله والمتغيرات التابعة عنها بالشكل التالى :



ثالثا : المتغيرات المتداخلة : وهي المتغيرات التى تحدث أثرا على المتغير التابع بدون قصد من الباحث ولذلك فانها تسمى متغيرات متداخلة intercorrelated أو متغيرات وسيطة intervening وهذه المتغيرات يحاول الباحث دائما أن يثبتها أو يتلاشى آثارها والرسم التوضيحى التالى يبين أثر هذه المتغيرات على المتغير التابع .

متغيرات مستقلة	←	متغيرات وسيطة	←	متغيرات تابعة

وتؤدى المتغيرات المتداخلة إلى التأثير البالغ فى نتائج الدراسه نظراً لأنها تقلل من اثر المتغير المستقل ، الأمر الذى لا يمكن معه إرجاع كل المتغيرات الحادثة فى المتغير التابع إلى المتغيرات المستقلة وحدها .



الفصل الثانى

التوزيعات التكرارية

Freqnency Distriputons

هدف التوزيع التكرارى هو تبسيط الاجراءات الاحصائية وذلك بعرضها فى صورة ميسرة ومناسبة . كما يهدف عمل التوزيعات التكرارية للبيانات أيضا إلى صياغتها صياغة علمية تبين أهم المميزات الرئيسية لهذه البيانات .

العلامات التكرارية :

يرمز لتكرار الدرجة مرة واحدة بالرمز (/) ويرمز للتكرار مرتين بالرمز (/ /) كما يرمز للتكرار ثلاث مرات بالرمز (///) ونستمر هكذا حتى نصل إلى الرمز (////) لتوضيح التكرارات خمس مرات .

الفئات التكرارية :

عندما يزيد تشتت درجات مجموعة من الأفراد فى اختبار معين (اختبار قدرات عقلية مثلا) كأن تكون أقل درجة هى ٥ وأعلى درجة هى ١٠٠ فإن الجدول التكرارى يصعب تسجيله فى صورة واضحة ، وفى هذه الحالة تجمع هذه الدرجات فى فئات تحتويها وترصدها فى صورة موجزة بسيطة .

مثال (١)

والمثال التالى يوضح تصنيف درجات ١٠٠ تلميذ فى مادة اللغة العربية بالصف الثالث الاعدادى مثلا . وقد قسمت هذه الدرجات إلى فئات طول كل منها ٥ درجات .

فئة الدرجات	العلامات	التكرار
٢٠ ــ ٢٤	||||	٤
٢٥ ــ ٢٩	~~||||~~ |	٦
٣٠ ــ ٣٤	~~||||~~ ~~||||~~ ||	١٢
٣٥ ــ ٣٩	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~	٢٠
٤٠ ــ ٤٤	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~	٢٥
٤٥ ــ ٤٩	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ ||	٢٢
٥٠ ــ ٥٤	~~||||~~ ~~||||~~ |	١١
المجموع		١٠٠

وقد كتبت فئات الدرجات بالجدول السابق موضحا فيها الحدالأعلى والحد الأدنى لكل فئة، فالفئة الأولى مثلا : ٢٠ ــ ٢٤ تعبر عن فئة الدرجات من ٢٠ فأكثر إلى ٢٤ فأقل وطول هذه الفئة خمس درجات . ولكن هــذه الفئات لاتشمل إلا الدرجات الصحيحة فقط ، وقد تكون ببعض الدرجات كسور فى كثير من الأحيان ، لذلك فيفضل أن تكون فئات الدرجات كما هو موضح بالجدول التالى :

جدول رقم (٢)

يبين فئات الدرجات وتكرار كل فئة

الفئـــة	التكرار
٢٠ —	٤
٢٥ —	٦
٣٠ —	١٢
٣٥ —	٢٠
٤٠ —	٢٥
٤٥ —	٢٢
٥٠ —	١١
المجموع	١٠٠

فالفئة ٢٠ — تدل على جميع الدرجات ابتداء من الدرجة ٢٠ وبما فيها الدرجة ٢٠ نفسها إلى كل درجة أقل من ٢٥ ، وتكون إذن الفئة الأعلى منها مباشرة هي ٢٥ — وتشمل جميع الدرجات ابتداء من ٢٥ وبما فيها ٢٥ لغاية أقل من ٣٠ . والفئة الأعلى من هذه مباشرة هي ٣٠ — وهكذا .

ويسمى الجدول السابق بالجدول التكراري Frequency table . ويقال أنه يوضح توزيعا تكراريا Frequency Distribution وذلك لأنه يدلنا على عدد مرات تكرار كل فئة من فئات الدرجات في المجموعة الأصلية المكونة من ١٠٠ درجة .

عدد الفئـات ومـداها :

يفضل أن يكون عدد فئـات الدرجات محصوراً بين ١٠ ، ٢٠ فئـة حتى يكون معقولا ومناسبا ويرتبط عددالفئات إرتباطاً مباشراً بمدى طول كل فئة وحدودها فعندما يزداد عدد الفئات في أي توزيع تكراري فإن مـدى الفئة يقل تبعا لذلك ، وعندما يقل عدد الفئات بنفس التوزيع التكراري فإن مدى الفئة يزداد تبعا لذلك .

طريقة حساب مـــدى الفئـة :

(١) المدى المطلق = أكبر درجة — أصغر درجة

(٢) المدى الكلى لجميع درجات التوزيع التكرارى =

= أكبر درجة — أصغر درجة + ١

ويضاف الواحد الصحيح إذ أنه بطرح أصغر درجـة من أكبر درجـة يكون الناتج أقل من عدد الدرجات بواحد فقط .

٣) عدد الفئات :

يستخرج عدد الفئات بقسمه المدى الكلى على الطول المنـاسب لكل فئة وإذا احتوى ناتج عملية القسمة على كسر مهما كانت قيمته فاننا نجعل عـدد الفئات مساويا للعدد الصحيح الذى يتلو هذا الناتج .

التمثيل البيانى للتوزيعات التكرارية Graphic Representation

قد يصعب على البعض فهم خواص التوزيع التكرارى الذى بالجـدول

السابق بمجرد النظر إلى هذا الجدول ، لذلك يحول الباحث عادة جـــدول التكرارى إلى رسم بيانى تتضح فيه خواص هذا التوزيع بصـورة أوضح مما يوضحه الجدول ويتم ذلك بأى من الصور الثلاث التالية :

١) المدرج التكرارى Histogram

ويمكن الحصول عليه بتقسيم المحور الأفقى إلى أقسام متساوية ، عـــدد هذه الاقسام يزيد عن عدد الفئات بواحد ، ويمثل كل قسم منها فئة بحيث يبدأ تقسيم المحور من اليسار بفئة أصغر من أقل فئة بالجدول ، أى أننا نبدأ تقسيم المحور الأفقى فى المثال السابق بالرقم ١٥ ونستمر حتى الرقم ٥٥ . ثم بتقسيم المحور الرأسى إلى عدد من الأقسام المتساوية أكبر مباشرة من تكرار أكبر فئة أى حوالى ٢٦ قسما فى هذا المثال . ثم نقيم على كل قسم من الاقسام الأفقية مستطيلا ارتفاعه يساوى التكرار فى الفئة التى يمثلها هذا القسم وهكذا نحصل على المدرج التكرارى كما هو موضح بالشكل التالى :

وحيث أن عرض كل مستطيل يساوى الوحدة ، إذن مســـاحة كل مستطيل مساوية للتكرار فى الفئة التى يمثلها . وعلى ذلك فان مساحة المدرج التكرارى كله تساوى التكرار الكلى للفئات التى يمثلها .

٢) المضلع التكرارى Fregnency Polygon

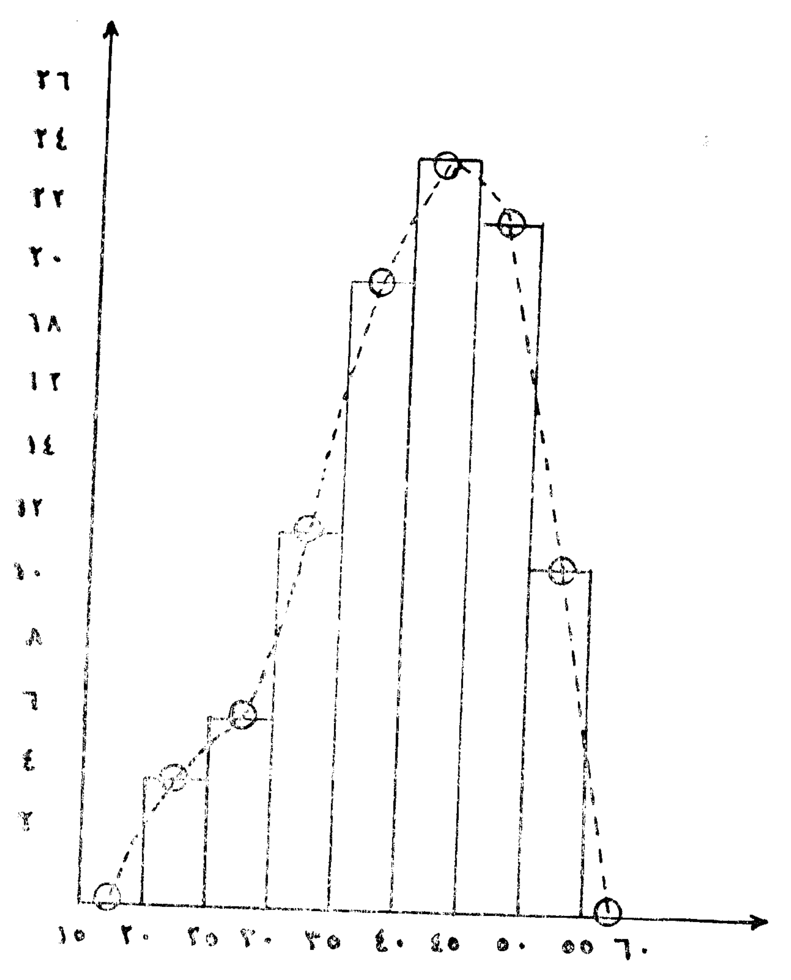
ويمكن الحصول عليه بتقسيم المحورين الأفقى والرأسى كما فعلنا فى المثال السابق ، ثم ننصف كل فئة فى نقطة ، وتسمى هذه النقطة بمركز الفئة .

ونفترض أن تكرار كل فئة مجتمع عند هذه النقطة تماما ، وكلما كبرت المجموعة كلما اتضح هذا الافتراض ، لأن مفردات كل فئة تكون غالبـــة

موزعة توزيعا عادلا حول مركزها . ثم نضع فوق مركز كل فئـــة نقطة تبعد عنها رأسيا مسافة تمثل التكرار فى هذه الفئة ، ونضع نقطتين على المحور الأفقى فى هذه الفئة ، ونضع نقطتين على المحور الأفقى نفسه عند مركـــز الفئة السابقة لأصغـر فئة وعند مركز الفئة اللاحقة لأكبر فئة فى التوزيع ، ثم نصل هذه النقطة بمستقيمات فنحصل على المضلع التكرارى كما فى الشكل رقم (١) والذى تمثله الخطوط المتقطعة .

٣) المنحنى التكرارى Frequency Curve

نقسم المحورين الأفقى والرأسى ونعين مواقع النقـــط كما فى المضلع التكرارى تماما ثم نرسم خطا ممهـدا ومتصلا Smooth and continous بحيث يمر بكل النقط التى تمثل مركز الفئات كما بالشكل التالى :

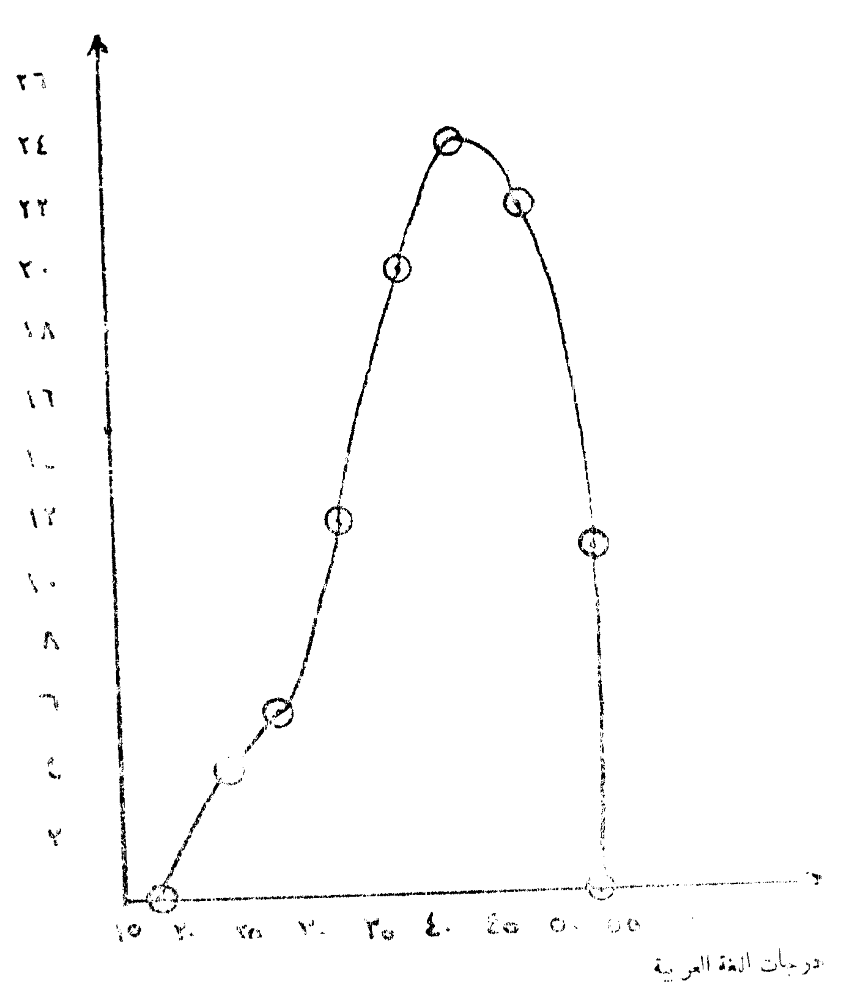


شكل رقم (١)
المدرج التكراري والمضلع التكراري لدرجات
١٠٠ تلميذ في مادة اللغة العربية

التوزيع التكـراري المتجمع لفئات الدرجات :

(١) التكرار المتجمع التصاعدي :

يحسب التكرار المتجمع لفئات الدرجات لتعرف عـدد الذين حصلوا على درجات أقل من مستوى معين والجدول التالي يبين .



شكل رقم (٢)

المنحنى التكرارى لدرجات ١٠٠ تلميذ فى مادة اللغة العربية

مثال (٢) :

كيفية حساب التكرار المتجمع التصاعدى من الجدول رقم (١) بالمثال السابق :

جدول رقم (٣) يبين التكرار المتجمع التصاعدى لدرجات ١٠٠

تلميذ فى اللغة العربية

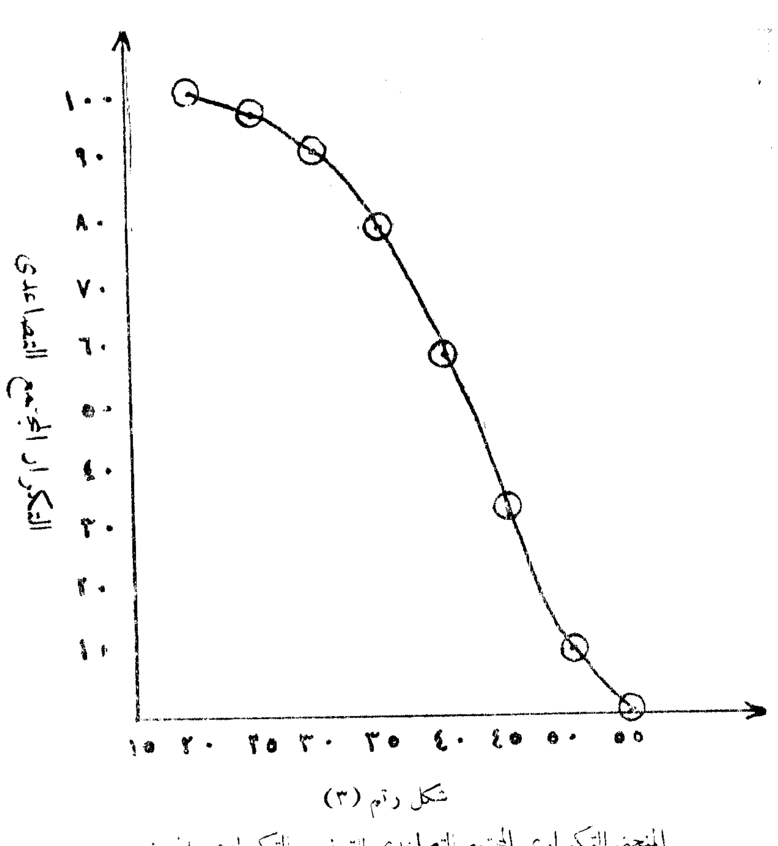
الفئة	التكرار	أقل من الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع التصاعدى
٢٠ —	٤	أقل من ٢٠	صفر
٢٥ —	٦	أقل من ٢٥	٤
٣٠ —	١٢	أقل من ٣٠	١٠
٣٥ —	٢٠	أقل من ٣٥	٢٢
٤٠ —	٢٥	أقل من ٤٠	٤٢
٤٥ —	٢٢	أقل من ٤٥	٦٧
٥٠ —	١١	أقل من ٥٠	٨٩
	١٠٠	أقل من ٥٥	١٠٠

فعندما نريد معرفة عدد الأفراد الذين لم يصلوا إلى مستوى الفئـة الثالثة التى تبدأ بالدرجة ٣٠ وتنتهى بالدرجة أقـل من ٣٥ فإننا بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد الذى يكشف لنا أن هذا العدد يساوى ١٠ أفـراد أى أن التكرار المتجمع لأى فئة يدل على مجموع تكرار هذة الفئة وتكـرار الفئات التى تسبقها .

المنحنى التكرارى المتجمع التصاعدى :

ويمكن تمثيل التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى كما فى الشكل التالى بحيث يدل المحور الأفقى على الحدود الدنيا لفئات الدرجات ويـدل المحـور

الرأس على التكرار المتجمع ويسمى الشكل الناتج من رسم هذا التوزيع بالمنحنى التكراري كما هو مبين بالشكل التالي :



شكل رقم (٣)
المنحنى التكراري المجتمع التصاعدي لتوزيع التكراري الموضح
رقم ١ صفحة ٢٤

(ب) التكرار المتجمع التنازلي

عندما يراد معرفة عدد الذين حصلوا على درجات أعلى من مستوى معين فإننا نستخدم التكرار المتجمع ولكن نجمعه من أسفل الجدول ثم نرقى به إلى أن يصل إلى أعلاه .

مثال (٣) :

والجدول التـــالى يبين طريقة حساب التكرار المتجمع التنازلى للتوزيع التكرارى السابق (بالجدول رقم (١) ص) ٠

جدول رقم (٣) يبين التكرار المتجمع التنازلى لدرجات ١٠٠ تلميذ فى مادة اللغة العربية

الفئة	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع التنازلى
٢٠—	٤	٢٠فأكثر	١٠٠
٢٥—	٦	٢٥فأكثر	٩٦
٣٠—	١٢	٣٠فأكثر	٩٠
٣٥—	٢٠	٣٥فأكثر	٧٨
٤٠—	٢٥	٤٠فأكثر	٥٨
٤٥—	٢٢	٤٥فأكثر	٣٣
٥٠—	١١	٥٠فأكثر	١١
	١٠٠	٥٥فأكثر	صفر

المنحنى التكرارى المتجمع التنازلى :

يمكن أيضا تمثيل التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى كما فى الشكل التالى بحيث يدل المحور الأفقى على الحدود الدنيا للفئات والمحور الرأسى يحتوى على التكرار المتجمع كما فى الشكل التالى :

* سبق توضيح طريقة رسم المنحنى التكرارى لتوزيعات تكرارية بالكتاب ص .

جدول رقم (٤) يوضح طريقة حساب التكرارين المجتمعين

التصاعدى والتنازلى لتوزيع درجات ١٠٠ تلميذ فى مادة اللغة العربية

باستخدام الحـــدود العليـــا لفئات الدرجات

الفئة	التكرار	الحدود العليا لفئات الدرجات فأقل	التكرار المجتمع التصاعدى	الحدود العليا لفئات الدرجات فأكثر	التكرار المتجمع التنازلى
٥٠ –	١١	اقل من ٥٥	١٠٠	اكبر من ٥٥	صفر
٤٥ –	٢٢	اقل من ٥٠	٨٩	اكبر من ٥٠	١١
٤٠ –	٢٥	اقل من ٤٥	٦٧	اكبر من ٤٥	٣٣
٣٥ –	٢٠	اقل من ٤٠	٤٢	اكبر من ٤٠	٥٨
٣٠ –	١٢	اقل من ٣٥	٢٢	اكبر من ٣٥	٧٨
٢٥ –	٦	اقل من ٣٠	١٠	اكبر من ٣٠	٩٠
٢٠ –	٤	اقل من ٢٥	٤	اكبر من ٢٥	٩٦
		اقل من ٢٠	صفر	اكبر من ٢٠	١٠٠
	١٠٠				

حساب كل من التكرارين التصاعدى والتنازلى باستخدام الحدود العليا لفئات الدرجات :

يوضح المثال السابق طريقه استخدام الحدود الدنيا لفئات الدرجات فى حساب كل من التوزيعين التكرارين المتجمع التصاعدى والمتجمع التنازلى التوزيع التكرارى المبين بالجدول (١) ص . والجدول التالى يوضح طريقة استخدام الحدود العليا لفئات الدرجات في حساب كل من التوزيعين المتجمعين التصاعدى والتنازلى لنفس التوزيع التكرارى .

مثال (٤) : أخذت عينة عشوائية من مائة طالب من طلبة أحد المدارس الثانوية العامة بمدينة الاسكندرية وتم قياس أطوال هؤلاء الطلبة فوجد أن هذه الأطوال موزعة كما فى الجدول التالى :

فئة الطول	١٠٠–	١١٠–	١٢٠–	١٣٠–	١٤٠–	١٥٠–	١٦٠–	١٧٠ أو أقل من ١٨٠	المجموع
عدد الطلبة	٨	١٤	٢٠	٢٧	١٥	٩	٥	٣	١٠٠

والمطلوب تحويل جدول التوزيع التكرارى الأطوال الموضح عاليا الى :

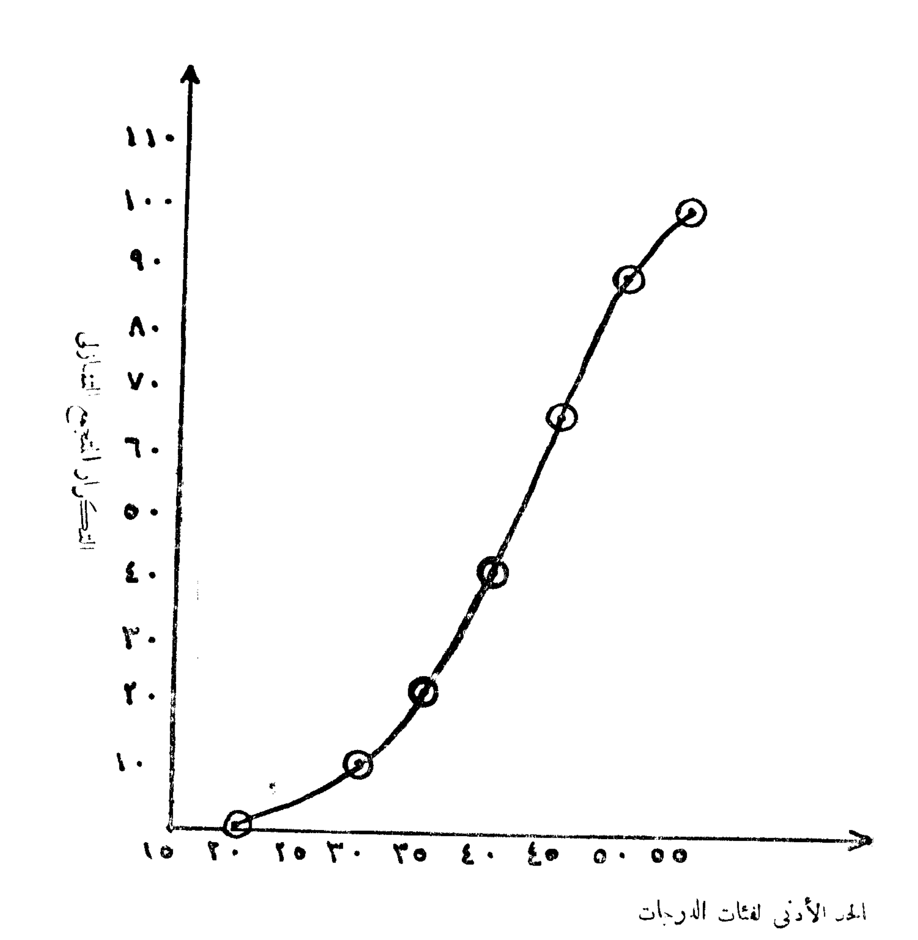
أ ـ جدول توزيع متجمع تصاعدى يأخذ أقل من الحد الادنى لكل فئة .

ب ـ جدول توزيع متجمع تنازلى يأخذ الحد الأدنى فأكثر لكل فئة .

الحـــل

التوزيع المتجمع التصاعدى لأطوال مائة طالب من طلاب أحـد المدارس الثانوية بالإسكندرية

فئات الطول بالسم	التكرار	اقل من الحد الادنى للفئة	التكرار أو التجمع التصاعدى
١٠٠–	٨	اقل من ١٠٠	صفر
١١٠–	١٤	اقل من ١١٠	٨
١٢٠–	٢٠	اقل من ١٢٠	٢٢
١٣٠–	٢٧	اقل من ١٣٠	٤٢
٤٠ –	١٥	اقل من ١٤٠	٦٩
١٥٠–	٩	اقل من ١٥٠	٨٤
١٦٠–	٥	اقل من ١٦٠	٩٣
١٧٠ واقل	٢	اقل من ١٧٠	٩٨
من ١٨٠			١٠٠
المجموع	١٠٠		



شكل رقم (٤)

يبين المنحنى التكراري المتجمع التنازلي للتوزيع التكراري

الموضح بالجدول رقم (١) صفحة ٢٤

التوزيع المتجمع التنازلى لأطوال مائة طالب

من طلاب احد المدارس الثانوية بالاسكندرية

فئات الطول بالسم	عدد الطلبة	الحد الادنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع الهابط
١٠٠–	٨	١٠٠ فأكثر	١٠٠
١١٠–	١٤	١١٠ فأكثر	٩٢
١٢٠–	٢٠	١٢٠ فأكثر	٧٨
١٣٠–	٢٧	١٣٠ فأكثر	٥٨
١٤٠–	١٥	١٤٠ فأكثر	٣١
٥٠–	٩	١٥٠ فأكثر	١٦
١٦٠–	٥	١٦٠ فأكثر	٧
١٧٠ واقل	٢	١٧٠ فأكثر	٢
من ١٨٠–		١٨٠ فأكثر	صفر
المجموع	١٠٠		

ويجب إدراك العلاقة بين جدول التوزيع المتجمع الصاعد والهابط حيث انهما ليس عكسا لبعضهما ولكنهما يكملان كل منهما الاخر فعند مستوى اى فئة تلاحظ انمجموع التكرار المتجمع التصاعدى مضافااليه مجموع التكرار المتجمع التنازلى يعطى لنا المجموع الكلي للتكرار .

فعلى سبيل المثال عدد الطلاب الأقصر من ١٥٠سم هو ٨٤ طـالب وعدد الطلاب الذين يزيدون في الطول عن ١٥٠ سم هو ١٦ طالبا .

وواضح ان مجموع هذين التكرارين (٨٤ + ١٦) = ١٠٠ طالب

تمـــارين

(١) كون توزيعا تكرارين للدرجات التالية جاعلا طول الفئة ٦

٣٦	٦٤	٤٦	٦٤	٣٤	١٦	٧٥	٥٤
٤٧	٢٣	٢٣	٣١	٥٣	٨٤	٥٥	٨٨
٣٦	٩٩	٥٣	٥٤	٤٢	٥٥	٢٠	٥٤
٧٦	٥٥	٨٨	٧٨	٥٤	٣٠	٤٠	١١
٤٣	٥٠	٢٠	٨٩	٩٦	٧٥	٨٥	٩٠

(٢) فيما يلي درجات ٣٥ تلميذا من تلاميذ الصف الأول الثانوى في اختبـار تحصيلي لمـــادة الرياضيات .

كون توزيعا تكراريا لهذه الدرجات جاعلا طول الفئة ٣

٣٥	٣٦	٢٢	٣٠	٣٠	٣٨	٢٦
٣٩	٣٧	٤٠	٣٦	٣٥	٢٤	٢٨
٢٩	٢٩	٢٨	٢٧	٢٧	٣٨	٣٨
٣٦	٣٦	٣٧	٣٨	٣٠	٢٤	٢٠
٣٨	٣٢	٣١	٣٣	٢١	١٨	٣٩

اوجد التكرار المتجمع التصاعدى والتكرار المتجمع التنازلى للتوزيعـات التكرارية التالية .

(٣) نسب ذكاء مجموعة من الأطفال عددهم ١٠٠٠ طفلا وتتراوح اعمارهم بين ٦ سنوات ، ١٢ سنة

فئات نسب الذكاء	عدد التلاميذ
٥٥ –	٣
٦٥ –	١٦
٧٥ –	٥٨
٨٥ –	٣٠٢
٩٥	٢١٥
١٠٥ –	٢٥٩
١١٥ –	١٠١
١٢٥ –	٣١
١٣٥ –	١٥

(٤) درجات ١٠٠٠ طالب من طلاب الصف الثالث بكلية الآداب جامعـة الاسكندرية فى مادة علم النفس التعليمى

فئات الدرجات	عدد الطلاب
٥ –	٢٨
١٠ –	٣٥
١٥ –	٣٠
٢٠ –	١٠٠
٢٥ –	٢٦٧
٣٠ –	٢٤٠
٣٥ –	١٢٠
[illegible]٠ –	١٠٠
٤٥ –	٨٠

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية

Measures of Central Tendemcy

مقدمة :

إذا رجعنا للتمثيل البيانى للتوزيع التكرارى الموضح بالشكل رقم (١) ص- يتضح لنا أن معظم المفردات تتراكم عند نقطة متوسطه فى المدى الموزع فيه التكرار الكلى ويتناقص عددالمفردات كلما بعدنا عن هذه القيم المتوسطه من الجانبين وهذا لا يحدث فى جميع التوزيعات التكرارية ولكنه يحدث فى أغلب الاحيان .

هذا التراكم عند نقطة متوسطة هو ما نسميه بالنزعه المركزية ، أى نزعة المفردات لاتخاذ القيم المتوسطه Average وتفيد معرفة القيم المتوسطه فى دراسة التوزيعات التكرارية ، وهناك عدة أنواع من المتوسطات أهمها ثلاثة أنواع هى الوسط الحسابى Arithmetic Mern والوسيط Median والمنوال Mode . ولكل من هذه المتوسطات مميزاته وعيوبه وسنوضحها عند شرح طريقة حساب كل منها .

أولا : المتوسط الحسابى Arithmetic Mean

إننا نستخدم كلمة متوسط حسابى فى حياتنا اليومية كثيرا فنقول مثلا أن درجات الطالب سمير أعلى من المتوسط عندما ترد على سؤال بشأن تحصيله المدرسى أو تقول أن التلميذه سعاد أقل من المتوسط فى الذكاء بالنسبه

لتلميذات فصلها فقد يكون مفهومنا عن مصطلح متوسط ليس كما يعرفه المتخصصون فى الاحصاء . وكثيرا ما نرى فى الاحصاء النفسى والتربوى بيانا عن متوسط عدد التلاميذ بالنسبه لكل مدرس فى مرحلة ما من مراحل التعليم المختلفه أو متوسط دخل الفرد بالنسبه للدخل القومى ولكن ما هو التعريف الدقيق لهذا المصطلح ؟

تعريف المتوسط الحسابى :

المتوسط الحسابى لعدة درجات مختلفة لمقياس معين هو ناتج خارج قسمه مجموع هذه الدرجات على عددها . فمثلا المتوسط الحسابى للارقام ٢ ، ٤ ، ٦ هو

$$\frac{٢ + ٤ + ٦}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$$

وسنرمز لهذا المتوسط بالرمز سَ فى الامثلة والتمارين التالية وبذلك تكون

$$سَ = \frac{مج س}{ن}$$

مثال (١)

أوجد المتوسط الحسابى للأعداد التالية :

١٤ ، ٨ ، ٥ ، ١٣ ، ٢٢ ، ٣٦

الحل : ∵ عدد الأعداد السابقة هو ٦ أعداد

∴ ن = ٦

، ∵ $سَ = \frac{مج س}{ن}$

$$∴ سَ = \frac{١٤ + ٨ + ٥ + ١٣ + ٢٢ + ٣٦}{٦}$$

$$= \frac{٩٨}{٦} = ١٦ \frac{١}{٣}$$

ايجاد المتوسط الحسابي للبيانات الاحصائية المبوبة :

من المثال السابق يتضح لنا أن عملية حساب المتوسط الحسابي لعدد صغير من المفردات تكون بسيطة ، أما إذا كان عدد المفردات كبيراً فإننا نضع هذه المفردات في صورة توزيع تكراري وقديكون هذا التوزيع بسيطا أو ذا فئات .

(١) حساب المتوسط الحسابي لتوزيع تكراري بسيط :

مثال (٢)

أوجد المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي :

الدرجة (س)	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
التكراري (ك)	١٠	١٢	٤	صفر	٨	٦	١	صفر

الحـل :

نوجد عدد الدرجات (ن) وهو يساوي مجموع التكرارات (مجـ ك) ثم نوجد حاصل ضرب كل درجة في تكرارها (س × ك) ثم تجمع الناتج (مجـ س ك) ثم يقسم حاصل الجمع على عدد المفردات فنحصل على المتوسط الحالي .

الدرجة (س)	التكرار (ك)	حاصل ضرب س×ك
٨	٩	٧٢
٧	١٢	٨٤
٦	٤	٢٤
٥	صفر	صفر
٤	٨	٣٢
٣	٦	١٨
٢	١	٢
١	صفر	صفر
	٤٠	٢٣٢

$$\therefore \text{س}' = \frac{٢٣٢}{٤} = ٥ر٨$$

مثال (٣) احسب المتوسط الحسابى لدرجات ٣٥ طالباً بكلية الآداب فى مادة الاحصاء ودرجاتهم موزعة كالآتى :

الدرجة	٨	٩	١٠	١٢	١٣	١٦	١٧	١٨
متكرار	١	٣	٨	٥	٧	٩	٢	٣

الحـــل :

مجـ ك = ٣٥

مجـ س × ك = ٤٥٠

∴ س̄ = $\frac{٩٠}{٧}$ = ١٢ر٦٨

الدرجه (س)	التكرار (ك)	حاصل ضرب الدرجه فى التكرار ك × س
٨	١	٨
٩	٣	٢٧
١٠	٨	٨٠
١٢	٥	٦٠
١٣	٧	٩١
١٦	٦	٩٦
١٧	٢	٣٤
١٨	٣	٥٤

أما إذا كان التوزيع التكرارى ذا فئات فاننا نتبع الخطوات التاليه :

١ ـ نكتب البيانات الاحصائيه على صورة فئات متساوية أو غير متساويه

٢ ـ نعين التكرارت التى تحدث فى كل فئه و يرمز لها كر (التكرار الذى حدث فى الفئه التى ترتيبها ر)

٣ ـ نعين مركز هذه الفئات و ليكن سر (مركز الفئه التى ترتيبها ر)

٤ ـ نعين حاصل ضرب كر فى سر

٥ ـ توجد المتوسط الحسابى سَ من القانون

$$سَ = \frac{مجـ\ س_ر \times ك_ر}{مجـ\ ك_ر}$$

مثال (٤) اوجد المتوسط الحسابى من جدول التوزيع التكرارى التالى :

الفئـــات	٠ – ١	٢ – ٣	٤ – ٥	٦ – ٧	٨ – ٩	١٠–١١	١٢–١٣	١٤–١٥
التكرارالى	٢	٢	٢	١	٥	٤	٢	٣

الفئات	التكرار (كر)	مراكز الفئات (سر)	سر × كر
٠–١	١	٠ر٥	٠ر٥
٢–٣	٢	٢ر٥	٥ر٠
٤–٥	٢	٤ر٥	٩ر٠
٦–٧	١	٦ر٥	٦ر٥
٨–٩	٥	٨ر٥	٤٢ر٥
١٠–١١	٤	١٠ر٥	٤٢ر٠
١٢–١٣	٢	١٢ر٥	٢٥ر٠
١٤–١٥	٣	١٤ر٥	٤٣ر٥
	٢٠		١٧٤

$$\therefore\ سَ = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} س_ر\ ك_ر}{مجـ\ ك_ر}$$

$$\therefore \bar{س} = \frac{١٧٤}{٢٠}$$

= ٨ر٧

حيث مجـ كر = ن = عدد المفردات

وأن مركز الفئة س = الحد الأدنى للفئه + $\frac{\text{طول الفئه}}{٢}$

أما مركز الفئه س = $\frac{\text{الحد الأدنى للفئه + الحد الأعلى للفئه}}{٢}$

مثال (٥) اوجد المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي :

الفئات	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-
التكرارات	٨	١٢	٤	٨	٢	١٠

الحـــل

الفئات	التكرارات ك س	مراكز الفئات س س	حاصل ضرب س س × ك س
٥-	٨	٧ر٥	٦٠ر٠
١٠-	١٢	١٢ر٥	١٥٠ر٠
١٥-	٤	١٧ر٥	٧٠ر٠
٢٠-	٨	٢٢ر٥	١٨٠
٢٥-	٢	٢٧ر٥	٥٥ر٠
٣٠-	١٠	٣٢ر٥	٣٢٥
	٤٤		٨٤٠

$$\therefore \bar{س} = \frac{مج س_ر \times ك_ر}{مج ك_ر}$$

$$\therefore \bar{س} = \frac{٨٤٠}{٤٤} = ١٩ \frac{١}{١١}$$

$$= ١٩,١$$

إيجاد قيمة المتوسط الحسابي بطريقة الانحرافات :

فى هذه الطريقة نختار متوسطا فرضيا (ا) ثم نحسب قيمة انحراف الدرجات (ح) عن هذا المتوسط الفرضي

أى أن $ح_ر = س_ر - ا$

فاذا كان لدينا القيم $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، ... ، $س_ن$

فان الانحرافات الناتجة يمكن الرمز لها بالرموز

$ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، .... ، $ح_ن$

$\therefore$ مجموع الانحرافات $= ح_١ + ح_٢ + ح_٣ + ... + ح_ن$

$\therefore مج ح = (س_١ - ا) + (س_٢ - ا) + (س_٣ - ا) +$

$+ (س_ن - ا)$

$\therefore مج ح = (س_١ + س_٢ + س_٣ + س_٤ + ... + س_ن) - ن ا$

$= مج س_ر - ن ا$

$\therefore$ مج $س_ر = ن ا + مج ح$ وبقسمة الطرفين على ن

$$\therefore \bar{س} = ا + \frac{مج ح}{ن}$$

أى أن المتوسط الحالى = المتوسط الفرضى + $\frac{\text{مجموع الانحرافات}}{\text{عدد القيم}}$

ويمكن ايجاد المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من الدرجات الخام أو التوزيعات التكرارية البسيطة أو التوزيعات التكرارية ذو الفئات .

أولا : حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من الدرجات الخام

مثـال (٦)

أوجد المتوسط الحسابى للأعداد التالية :

٩٠ ، ٩٦ ، ١٠٠ ، ٨٢ ، ٨٤ ، ١١٤ ، ١١٠ ، ١١٢ ، ١٠٦ ، ٩٨

الحل

نفرض أن المتوسط الفرضى هو ١١٠ ونحسب الانحـــرافات ونوجد مجموعها كما هو مبين بالجدول التالى :

س	٩٠	٩٦	١٠٠	٨٢	٨٤	١١٤	١١٠	١١٢	١٠٦	٩٨	المجموع
ح	-٢٠	-١٤	-١٠	-٢٨	-٢٦	+٤	٠	+	-٤	-١٢	-١٠٨

، ∴ س̄ = أ + مجـ ح / ن

∴ س̄ = ١١٠ + (-١٠٨) / ١٠

= ١١٠ - ١٠٫٨

= ٩٩٫٢

ثانيـا : حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من التوزيعـات التكرارية البسيطة :

فى هذه الحالة تكون قيمة المتوسط الحسابى $\bar{س}$ هي :

$$\bar{س} = أ + \frac{مج ح_س ك_س}{مج ك_س}$$

والمثال التالى يبين طريقة الحساب :

مثال (٧) :

أوجد المتوسط الحسابى للتوزيع التكرارى التالى بطريقة الانحرافات

س	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ك	٤	٢	١٠	٢	٤	٦

الحل

نفرض أن المتوسط الفرضى هو ٧ ثم نحسب انحراف الدرجات عن هذا المتوسط الفرضى كما هو مبين بالجدول التالى .

س	ك	ح	ح × ك
٥	٤	-٢	-٨
٦	٢	-١	-٢
٧	١٠	٠	٠
٨	٢	١	٢
٩	٤	٢	٨
١٠	٦	٣	١٨
	٢٨		١٨

مثال (٩)

اوجد المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات للتوزيع التكرارى المعطى فى المثال رقم (٢) ص

الحـــل :

نفرض أن المتوسط الفرضى هو ٨ر٥

ثم نحسب الانحرافات عن هذا المتوسط الفرضى بالاضافة إلى حاصل ضرب الانحرافات فى تكرارات الفئات المختلفة كما فى الجدول التالى :

الفئات	التكرارات $ك_ر$	مراكز الفئات $(س_ر)$	الانحرافات $(ح_ر)$	$ح_ر \times ك_ر$
٠–١	١	٠ر٥	−٨	−٨
٢–٣	٢	٢ر٥	−٦	−١٢
٤–٥	٢	٤ر٥	−٤	−٨
٦–٧	١	٦ر٥	−٢	−٢
٨–٩	٥	٨ر٥	٠	٠
١٠–١١	٤	١٠ر٥	+ ٢	٨
١٢–١٣	٢	١٢ر٥	+ ٤	٨
١٤–١٥	٣	١٤ر٥	+ ٦	١٨
	٢٠			٤

$$\therefore \bar{س} = أ + \frac{مجـ\, ح_ر ك}{مجـ\, ك_ر}$$

$$\bar{س} = ٨ر٥ + \frac{٤}{٢٠} = ٨ر٥ + ٠ر٢$$

$$= ٧ر٨$$

الوسيط Median

الوسيط هو الدرجة التى تتوسط توزيع الدرجات بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر .

ويمكن الحصول على الوسيط بأن ترتب درجات المجموعة ترتيبا تنازليا أو تصاعديا ثم نأخذ القيم التى تقع فى المنتصف تماما إذا كان عدد الدرجات فرديا ، أما إذا كان عدد الدرجات زوجيا فان قيمة الوسيط تساوى المتوسط الحسابى للقيمتين الواقعتين فى الوسط .

وللوسيط ميزاتان هما :

١ ـ أن قيمته لاتتأثر بالقيم المتطرفة كبرى أو صغرى كما هو الحال فى المتوسط الحسابى .

٢ ـ أنه مقياس للوضع ولايتأثر أساسا بعدد البيانات فى التوزيع التكرارى ولايتأثر بحجم هذه البيانات ولذلك فهو يفضل فى حساب مقياس الوضع للبيانات الاحصائية غير الكاملة من أحد الطرفين .

حساب ترتيب الوسيط

(ا) إذا كان عدد الدرجات فرديا فان :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات} + ١}{٢}$$

مثال (١٠) :

إحسب الوسيط للدرجات الآتية :

٨ ، ٩ ، ١ ، ٥ ، ٢ ، ٦ ، ١١ ، ٣٠ ، ٧

الحل : ∴ عدد الدرجات = ∴ ترتيب الوسيط = $\frac{٩ + ١}{٢}$ = ٥

ترتب الدرجات ترتيبا تنازليا أو تصاعديا كما يلى :

١ ، ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١١ ، ٣٠

إذن الدرجة الوسطى لتدريج هذه الدرجات هى ٧

(ب) إذا كان عدد الدرجات زوجيا فان :

ترتيب الوسيط = $\frac{\text{عدد الدرجات}}{٢}$

وفى هذه الحالة إذا حسبنا هذا الترتيب من الطرف الأول سنحصل على درجة .

وإذا حسبنا ه من الطرف الثانى سنحصل على درجة أخرى ومتوسط هاتين الدرجتين هو الوسيط .

مثال (١١) :

احسب الوسيط للاعداد الآتية :

٥ ، ٨ ، ١٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢

الحـــل

∴ عـــدد الدرجات = ٦

∴ ترتيب الوسيـــط = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

بترتيب الاعداد تنازليا أو تصاعديا يمكن كتابتها كما يلى :

، ∴ الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الاول لتـدريج الدرجات هي ٨
، الدرجة التى ترتيبها الثالث من الطرف الثانى لتدريج الدرجات هى ٩

$$∴ \text{الوسيـــط} = \frac{٨ + ٩}{٢} = ٨٫٥$$

ايجاد قيمة الوسيط من البيانات الاحصائية المبوبة :

يمكن إيجاد قيمـة الوسيط من تقاطع المنحنيين المتجمع التصاعدى والتنازلى من جدول التوزيع التكرارى للبيانـات الاحصائية المتصلة بعـــد وضعها فى صورة جدول توزيع تكرارى ذى فئات متساوية أو غير متساوية.

أما إذا كان عد الدرجات يزيد على الثلاثين درجة فاننا يمكن أن نعتبر أن ترتيب الوسيط هو $\frac{ن}{٢}$ حيث ن = مجـ ك

أى مجموع التكرارات بالتوزيع التكرارى سواء كان عدد المفردات زوجيا أو فرديا .

مثال (١٢) :

اجد الوسيط للتوزيع التكرارى التالى (*)

فئة الطول	١٠٠–	١١٠–	١٢٠	١٣٠	١٤٠	١٥٠–	١٦٠–	١٧٠ واقل من ١٨٠
عدد الطلبة	٨	١٤	٢٠	٢٧	١٥	٩	٥	٢

الحـــل

أولا تحسب كل من التوزيعين المتجمع التصاعدى والمتجمع التنازلى كما يلى:

(*) هذا التوزيع التكرارى مأخوذ من المثال رقم (٤) الفصل الثانى ص

س̄ = ٧ + $\frac{١٨}{٢٨}$ = ٧ و ٦٤٢

= ٧ و ٦٤٢

<u>ثالثاً</u> : طريقة حساب المتوسط الحسابي من التوزيعات التكرارية ذي الفئات :

<u>مثال ٨</u> : إذا أردنا ايجاد المتوسط الحسابي للتوزيع التكراري المعطى في مثال ـ ص ـ فإننا نوجد مركز الفئات ونختار مركز الفئة التي لها اكبر التكرارات على أنها متوسط فرضي ثم نحسب الانحرافات عن هذا المتوسط الفرضي ثم نضرب التكرارات في الانحرافات ونفرض أن المتوسط الفرض هو ٥ و ١٢ . والجدول التالي يبين طريقة الحساب

الفئات	التكرارات ك ر	مركز الفئات س ر	ح ر	ح ر × ك ر
٥ -	٨	٧و٥	٥	-٤٠
١٠-	١٢	١٢و٥	صفر	صفر
١٥-	٤	١٧و٥	٥	٢٠
٢٠-	٨	٢٢و٥	١٠	٨٠
٢٥-	٢	٢٧و٥	١٥	٣٠
٣٠-	١٠	٣٢و٥	٢٠	٢٠٠
	٤٤			٢٩٠

∴ س̄ = ١٢و٥ + $\frac{٢٩٠}{٤٤}$ = ١٢و٥ + ٦و٦

= ١٩و١

جدول رقم (١)

التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى لأطوال

مائة طالب من طلاب إحدى المدارس الثانوية

فئات الطول بالسم	التكرار	أقل من الحد الأدنى للفئة	التكرار المتجمع التصاعدى
١٠٠ —	٨	أقل من ١٠٠	صفر
١١٠ —	١٤	أقل من ١١٠	٨
١٢٠ —	٢٠	أقل من ١٢٠	٢٢
١٣٠ —	٢٧	أقل من ١٣٠	٤٢
١٤٠ —	١٥	أقل من ١٤٠	٦٩
١٥٠ —	٩	أقل من ١٥٠	٨٤
١٦٠ —	٥	أقل من ١٦٠	٩٣
١٧٠ وأقل من ١٨٠	٢	أقل من ١٧٠	٩٨
		أقل من ١٨٠	١٠٠
المجموع	١٠٠		

جدول رقم (٢)

التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى لأطوال

مائة طالب من طلاب إحدى المدارس الثانوية

فئات الطول بالسم	التكرار	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع التنـــازلى
١٠٠ —	٨	١٠٠ فاكثر	١٠٠
١١٠ —	١٤	١١٠ فاكثر	٩٢
١٢٠ —	٢٠	١٢٠ فاكثر	٧٨
١٣٠ —	٢٧	١٣٠ فاكثر	٥٨
١٤٠ —	١٥	١٤٠ فاكثر	٣١
١٥٠ —	٩	١٥٠ فاكثر	١٦
١٦٠ —	٥	١٦٠ فاكثر	٧
١٧٠ وأقل من ١٨٠	٢	١٧٠ فاكثر	٢
		١٨٠ فاكثر	صفر
المجمـــوع	١٠٠		

ترتيب الوسيط = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥

وبالرجوع إلى الجدول رقم (١) يمكن القول أننا رتبنا الطلاب ترتيبا تصاعديا حسب أطوالهم . فإذا أدرنا التوقف عند الطول ١٢٠ نجد أن ٢٢ طالبا تقع أطوالهم بين ١٢٠ سم فأقل وإذا أنتقلنا للطول ١٣٠ سم نجد أن ٤٢ طالباً يقع أطوالهم بين ١٣٠ سم فأقل . فإذ أردنا أن نصل إلى الطالب الذى يقع فى منتصف المجموعة وترتيبه ٥٠ علينا أن نأخذ الباقى وهو ٨ من الفئه (١٣٠ —) وهي تحتوى على ٢٢ طالبا فإذا اعتبرنا أن التكرار فى كل فئة موزع توزيعا منتظما على هذه الفئه يكون نصيب كل طالب من هذه الفئه $\frac{١}{٢٧}$ من طولها وبما أن مدى الفئه ١٠ سم فإن نصيب كل طالب هو $\frac{١}{٢٧}$ × ١٠ من الطول .

ويكون نصيب ٨ من الطلاب =

$\frac{٨}{٢٧}$ × ١٠ = ٦ر٢

وباضافة ٦ر٢ إلى ١٣٠ تكون الوسيط ٦ر١٣٢

ويمكن حساب الوسيط كما يلى :

∴ الوسيط = ١٣ + $\frac{٥٠ - ٤٢}{٦٩ - ٤٢}$ × ١٠

= ١٣٠ + $\frac{٨}{٢٧}$ × ١٠

= ٦ر١٣٢ سم

ومن الجدول رقم (٢) يمكن حساب الوسيط بطريقة مماثلة هكذا :

ترتيب الوسيط = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

$$\text{قيمة الوسيط} = ١٤٠ - \frac{٥٠ - ٣١}{٤٨ - ٣١} \times ١٠$$

$$= ١٤٠ - \frac{١٩٠}{٢٧}$$

$$= ١٤٠ - ٧ = ١٣٣$$

ويلاحظ أننا قد توصلنا إلى نفس القيمة للوسيط بالطريقتين السابقتين ويمكن استخدام القانونين التاليين لايجاد قيمة الوسيط من التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى والتوزيع التكرارى المتجمع التنازلى على الترتيب .

(١) إيجاد الوسيط من التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى :

$$\text{قيمة الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطية} + \frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع السابق}}{\text{التكرار المتجمع للفئه الوسيطيه} - \text{التكرار المتجمع السابق}} \times \text{طول الفئه الوسيطيه}$$

(٢) ايجاد الوسيط من التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى :

$$\text{قيمة الوسيط} = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطيه} + \frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع للفئة الوسيطية}}{\text{التكرار المتجمع السابق} - \text{التكرار المتجمع للفئه الوسيطيه}} \times \text{طول الفئه الوسيطيه}$$

مثـال (١٢) اوجد الوسيط فى التوزيع التكرارى المعطى فى المقـال رقم (١١) باستخدام قانون التوزيع المتجمع التنازلى ؟

الحـــل

قيمة الوسيط = ١٣٠ + $\frac{٥٠ - ٤٢}{٦٩ - ٤٢}$ × ١٠

= ١٣٠ + $\frac{٨}{٢٧}$ × ١٠

= ١٢٠ + ٣ = ١٣٣

المنـــوال :

تعريف : ـ

المنوال هو اكثر التكرارات شيوعا فى التوزيعات التكرارية وهو أقل مقاييس النزعة المركزية استعمالا .

طرق حساب المنـوال :

(ا) من الدرجات الخام :

الدرجات (س)	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرارات (ت)	٥	٤	١	٨	١٢	٣	٢

يتبين من الجدول السابق أن اكثر الأرقام تكرارا هو الرقم (٨)

∴ المنوال لهذه الأرقام هو ٨

(ب) حساب المنوال من المتوسط والوسيط :

يمكن استخدام المنوال بأستخدام العلاقة الآتيه :

المنوال = ٣ × الوسيط ـ ٢ × المتوسط .

(ج) حساب المنوال من التوزيعات التكرارية :

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المتوالية} + \frac{ك_1}{ك_1 + ك_2} \times ل$$

حيث ك ١ = تكرار الفئة المتواليه ـ التكرار السابق

ك ٢ = تكرار الفئة المتوالية ـ التكرار اللاحق

ل = طول الفئة المتوالية

مثال محلول

الجدول الآتى يبين توزيع درجات ١٠٠٠ تلميذ فى مادة الحساب بالمرحلة الابتدائية علما بأن النهاية العظمى لدرجات الحساب هو ٦٠ درجة فقط .

مئات الدرجات	١٠ ـ	١٥ ـ	٢٠ ـ	٣٠ ـ	٤٠ ـ	٥٠ ـ	المجموع
عدد التلاميذ	١٠٠	١٢٠	٣٢٠	٢٨٠	١٦٠	٢٠	١٠٠٠

المطلوب حساب مؤشرات القيم المتوسط الآتية :

الحـــل :

من الجدول السابق يمكننا ملاحظة أن مئات الدرجات مفتوحة عند نهايتها ومن ثم فاننا لن نستطيع ايجاد مركز الفئه الأخيرة .

أولا : ايجاد الوسيط :

يجب تكوين تكرار متجمع صاعد أو تكرار متجمع هابط حتى نتمكن من حساب الوسيط .

(١) التكرار المتجمع التصـــاعدى :

فئات الدرجات	عدد التلاميـذ	أقل من الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع التصـاعدى
١٠ –	١٠٠	أقل من ١٥	١٠٠
١٥ –	١٢٠	أقل من ٢٠	٢٢٠
٢٠ –	٣٢٠	أقل من ٣٠	٥٤٠
٣٠ –	٢٨٠	أقل من ٤٠	٨٢٠
٤٠ –	١٦٠	أقل من ٥٠	٩٨٠
٥٠ – وأقل من ٦٠	٢٠	أقل من ٦٠	١٠٠
المجموع	١٠٠٠		

ترتيب الوسيط = ن / ٢ = ١٠٠٠ / ٢ = ٥٠٠

ويلاحظ أن الوسيط يقع بين تكرارين ٢٢٠ ، ٥٤٠ بينما قيمته تتراوح بين ٢٠ ، ٣٠ وتحسب قيمة الوسيط من القانون

قيمة الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطة

+ (ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع السابق) / (التكرار المتجمع للفئة الوسيطة – التكرار السابق) × طول الفئة الوسيطية

= ٢٠ + (٥٠٠ – ٢٢٠) / (٥٤٠ – ٢٢٠) × ١٠

= ٢٨٫٧٥

(٢) التكرار المتجمع التنازلى

فئات الدرجات	عدد التلاميذ	حدود سفلى للفئات	تكرار متجمع تنازلى
١٠ —	١٠٠	١٠ فاكثر	١٠٠٠
١٥ —	١٢٠	١٥ فاكثر	٩ ٠
٢٠ —	٣٢٠	٢٠ فاكثر	٧٨٠
٣٠ —	٢٨٠	٣٠ فاكثر	٤٦٠
٤٠ —	١٦٠	٤٠ فاكثر	١٨٠
٥٠ — ٦٠	٢٠	٥٠ فاكثر	٢٠
	١٠٠٠		

ويلاحظ أن الوسيط يقع بين التكرار بين ٧٨٠ ، ٤٦٠ وقيمته تقع بين ٢٠ ، ٣٠ ويمكن حساب قيمة الوسيط من المعادلة التالية :-

$$\text{قيمة الوسيط} = \text{نهاية الفئة الوسيطة} - \frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع للفئة الوسيطة} \times \text{طول الفئة الوسيطة}}{\text{التكرار المتجمع السابق} - \text{التكرار المتجمع للفئة الوسيطة}}$$

$$= ٣٠ - \frac{٥٠٠ - ٤٦٠}{٧٨٠ - ٤٦٠} \times ١٠ = ٢٨ر٧٥ \text{ درجة}$$

ثانيا : ايجاد المنوال :

∴ المنوال = الحد الأدنى للفئة المتوالية

$$+ \left(\frac{ك_١}{ك_١ + ك_٢} \times ل \right)$$

$ك_١$ = تكرار الفئة المتواليه — التكرار السابق

= ٣٢٠ — ١٢٠ = ٢٠٠

$ك_٢$ = تكرار الفئة المتوالية — التكرار اللاحق

= ٣٢٠ — ٢٨٠ = ٤٠

∴ المنوال = ٢٠ + $\frac{٢٠٠}{٢٠٠ + ٤٠}$ × ١٠

= ٢٠ + $\frac{٢٠٠}{٢٤٠}$ × ١٠

= ٢٠ + ٨$\frac{١}{٣}$

= ٢٨$\frac{١}{٣}$

تمارين

١ ـ أوجد المتوسط الحسابى والوسيط للارقام التالية :

أ) ٣ ، ٩ ، ٧ ، ٥

ب) ٣ ، ٠ ، ٦ ، ٥ ، صفر ، ٥٧ ، ٩ ، ١

ج) ٨ ، ٣٣ ، ٣٠ ، ١٢ ، ٣٧ ، ٩ ، ١٦

٢ ـ إذا كانت درجات ١٠ تلاميذ بأحدى المدارس الابتدائية بمدينة الاسكندرية هي : ٢٢ ، ١٣ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ٩ ، ١٨ ، ٣٥ ، ٤٢ ، ٣٩ ، ٣٦ فما هو متوسط درجات هؤلاء التلاميذ ؟

٣ ـ أوجد المتوسط الحسابى والوسيط والمنوال للبيانات التالية :

أ) ٣ ، ٦ ، ٨ ، ١٧ ، ١٣ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٠ ، ٩ ، ٧ ، ١٨ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٢١ ، ٢١ ، ١١ ، ٦ ، ١١ ، ٩ ، ١٧ .

ب) ١٧٠ ، ١٧٠ ، ١٥٠ ، ١٥٥ ، ١٦٥ ، ١٦٠ ، ١٧٠ ، ١٧٠ ، ١٨٠ ، ١٥٥ ، ١٧٠ ، ١٥٥ ، ١٧٠ ، ١٦٥ ، ١٦٠ ، ١٨٠ .

ج) ٥٥ ، ٤٧ ، ١٧ ، ٩٣ ، ٩٠ ، ٥٤ ، ٥٥ ، ٧١ ، ٨٠ ، ٨٤ ، ٣٩ ، ١١ ، ١٩ ، ٤٥ ، ٧٨ ، ٢٦ ، ٤٢ ، ١٩ ، ٦٠ ، ٣٠ .



الفصل الرابع

مقياس التباين (التشتت)

Measllres of variabil ity

اننا كثيرا ما نصدر أحكاما تتعلق بفروق بين مجموعتين من الأفـراد في قدرة من القدرات أو سمة من السمات فمثلا إذا طبقنا اختبيراً تحصيلياً لطلبة وطالبات كليات التربية في مادة علم النفس التعليمي ووجـــدنا ان متوسط درجات الطلبة ٣٥ درجة ومتوسط درجات الطالبات ٣٢ درجة فانه من الخطأ القول أن الطلبة أفضل او أعلى تحصيلا من الطـالبات دون دراسة الفروق الفردية في المجموعتين فقد تكون درجات الطلبة محصورة بين ٣٠ ، ٣٥ درجة ودرجات الطالبات محصورة بين ٢٤ ، ٣٧ ولذلك فان اصدار الحـكم على كل طالبه بأنها أقل تحصيلا من أي طالب من مجموعة الطلبة يكون غير صحيـح لأنه من الواضح ان عددا صغيرا منهن أفضل من كل الطلاب ولذلك فالفروق الفردية داخل المجموعتين أكثر أهمية من الفرق بين المتوسطين .

ومن الفصل السابق قد عرفنا طريقة حساب المتـوسط الحسابي والوسيط والمنوال وهذه المتوسطات الثلاثة بدورها تستخدم في المقارنة بين مجـوعتين من القيم ولكن يجب أن تراعى أن الاعتماد على المقارنة بين متوسطين فحسب قد يكون غير كاف ، لأن المتوسط وحده لا يعطي فكرة دقيقة عن المجموعة .

مثال (١)

إذا أخذنا مجموعتين أ ، ب مكونة كل منهـــا من خمسة تلاميذ وكانت درجاتهم في اختبار تحصيلي معين كالآتي :

مجموعة (أ)	٣٩	٣٥	٣١	٢٧	٢٣
مجموعة (ب)	٢٤	٣٢	٣١	٣٠	٢٨

فإن المتوسط الحسابى لكل من هاتين المجموعتين هو ٣١ والوسيط لكل منها أيضا هو ٣١ أى أن هاتين المجموعتين من التلاميذ تشتركان فى أكثر من متوسط واحد ومع ذلك فالفروق بين المجموعتين كبيرة وذلك لأن المجموعة أ تنتشر درجاتها فى مدى أوسع من المجموعة ب ومعنى ذلك أن الفروق بين أفراد المجموعة الأولى أكبر منها بين أفراد المجموعة الثانية ويقال أن تشتت « Dispersion » المجموعة الأولى اكبر من تشتت المجموعة الثانية .

وعلى ذلك فإنه ينبغى علينا بالإضافة إلى حساب المتوسط كمقياس للمقارنة بين مجموعتين أن نضع فى اعتبارنا أيضا قياس تشتت كل مجموعة ، ويقاس تشتت البيانات الاحصائية عن متوسطها الحسابى بمقاييس التشتت التالية :

المدى — الانحراف الربيعى — متوسط الانحرافات — الانحراف المعيارى .

أولا ـ المدى المطلق Range :

المدى المطلق هو أبسط أنواع مقاييس التشتت ويمكن حسابه كما يلى :

المدى المطلق = أكبر قيمة — أقل قيمة

وهذا النوع من مقاييس التشتت لا يعطينا معلومات كافيه عن انتشار قيم البيانات الاحصائية والسبب فى ذلك أن الأطراف قد تكون أكثر تطرفا عن بقية أفراد العينة .

فإذا كان لدينا قيمة التوزيع التالية :

٢١ ، ٢٨ ، ٢٧ ، ٦٨ ، ٢٩ ، ٢٨

فإن المـدى المطلـق = اكبر قيمة — أقل قيمة

= ٦٨ — ٢١ = ٣٧

و إذا كان لدينا قيم توزيع آخر كما يلى :

٨ ، ١٥ ، ٢٢ ، ٣١ ، ٤٠ ، ٤٥

فإن المدى المطلوب فى هذه الحالة هو :

المدى المطلق = ٤٥ — ٨ = ٢٧

و بالرغم من أن التوزيعين لهما نفس المدى إلا أنهمـا مختلفان فى درجـة التشتت التى لا يمكن لهذا المقياس تعيينه .

وعند استخدام المدى المطلق للمقارنه بين تشتت مجموعتين فإن المقارنة قد تكون غير معبره تعبيراً دقيقاً إذا قلنا أن تشتت أحـد المجموعات أكبر أو أقل من تشتت المجموعة الأخرى .

فمثلا إذا كانت الأرقام التالية هي نسب ذكاء عشرة أفراد وهي :

١٢٠ ، ١٠٤ ، ١٠٣ ، ١٠١ ، ١٠٠ ، ٩٩ ، ٩٨ ، ٩٧ ٩٦ ، ٩٥

فإن المدى المطلق هو ١٢٠ — ٩٥ = ١٥

وإذ أهملنا الفرد الأول كان المدى المطلق هو ١٠٤ — ٩٥ = ٩

ثم إذا أخذنا نسب ذكاء عشرة أفراد آخرين ووجدناها ما يلى :

١٠٢ ، ٩٩ ، ٩٨ ، ٩٧ ، ٩٦ ، ٩٥ ، ٩٤ ، ٩٣ ، ٩٢ ، ٩١

فان المدى فى هذه الحالة هو ١٠٢ — ٩١ = ١١

وواضح أنه يمكن القول بأن تشتت المجموعة الأولى أكبر من تشتت الثانية وذلك باعتبار المدى المطلق للأولى ١٥ وللثانية ١١ ولكن إذا استثنينا الفرد المتطرف فى المجموعة الأولى والذى نسبة ذكاؤه ١٢٠ فاننا نجد تشتت المجموعة الثانية إذا ماقيس بالمدى المطلق يكون أكبر من تشتت المجموعة الأولى .

ولذلك فاننا نلجأ فى كثير من الأحيان إلى مقاييس أخرى للتعبير عن التشتت أو الاختلاف تتخلص بعضها من أثر القيم المتطرفة التى تكون أحيانا واضحة الشذوذ فى التطرف .

ثانيا الانحراف المتوسط Mean Deviation

هو مقياس من مقاييس التقشف ، لأنه كلما كانت مجموعة القيم متجانسه كانت الفروق بينها صغيرة وكانت انحرافات قيمتها عن متوسطها الحسابى صغيراً ايضا ويمكن تعيين الانحراف المتوسط باستخدام المعادلة التالية :

$$خ = \frac{مجـ |ح|}{ن}$$

حيث حَ = الانحراف المتوسط

ح = انحرافات الدرجات المقررة عن المتوسط سَ

= الدرجة — المتوسط.

أى أن ح = س — سَ

حيث س تمثل الدرجة ، سَ تمثل المتوسط الحسابى .

وتمثل /ح/ = القيم المطلقه للانحراقات بغض النظر عن الاشارة

والمثال التالى بين طريقة حساب الانحراف المتوسط :

مثال (٢) أحسب الانحراف المتوسط للبيانات التالية :

٧ ، ١٢ ، ٥ ، ٦ ، ٤ ، ٣ ، ٨ ، ٣

الحـــل

جدول رقم (١) بين حساب الانحراف المتوسط حَ

الدرجة س	ح = س = سَ	ا ح ا	
١٢	٦	٦	
٨	٢	٢	
٧	١	١	
٦	صفر	صفر	
٥	١-	١	
٤	٢-	٢	
٣	٣-	٣	
٣	٣-	٣	

مجـ ا ح = ١٨

مجـ س = مجموع الدجات = ٤٨

ن = عدد الدرجات = ٨

$$\text{س}' = \text{المتوسط} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{٤٨}{٨} = ٦$$

$$\therefore \text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجـ |ح|}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{١٨}{٨} = ٢٫٢٥$$

ثالثا: الانحراف الربيعى (الإرباعى) Qnartile D viation

ويمكن تعريف الانحراف الربيعى بأنه القيمة المتوسطة التى تنحرف بهـا نقط الارباعى الأول والإرباعى الثالث عن الوسيط .

والمقصود، بنقط الارباعى الاول هو المئينى الخامس والعشرون وهو النقطة التى يقع تحتها ٢٥ ٪ تماماً من الدرجات و نقط الارباعى الثالث هي المئينى الخامس والسبعون وهي النقط التى يقع تحتها ٧٥ ٪ تمـــاماً من الدرجـات وهاتان النقطتان بالاضافة إلى الوسيط (المئينى الخمسين) تقسم التوزيع الكـلى للدرجات إلي أربعة أقسام متساوية أو إلي أربعـة إرباعيـــات ويعرف ويعرف الانحراف الارباعى باسم نصف المدى الربيعى

Semi - inter Quartile Range

ويحسب الانحراف الربيعى من المعادله الربيعى

$$\text{الانحراف الربيعى} = \frac{\text{الارباعى الثالث} - \text{الارباعى الأول}}{٢}$$

والفرق بين الإرباعى الثالث والإرباعى الأول هو المـــدى الربيعـى وبقسمتة على ٢ يكون الناتج هو نصف المدى الربيعى .

وخطوات حساب الانحراف الربيعى مماثلة لخطـوات تحديـد الوسيـط فالخطوة الأولى توجد

$$\frac{\text{عدد الحالات}}{٤} = \frac{\text{ن}}{٤}$$

فيكون هو الإرباعى الأول ثم نحسب فى الخطوة التالية

$$\text{قيمة } \frac{\text{٣ن}}{٤}$$

فيكون الناتج هو الإرباعى الثالث

وأخـيرنحـسـب الفرق بين الارباعى الثالث والاربـاعى الأول وتقسم الناتج على ٢ فيكون الناتج هو الانحراف الربيعى ودلالة الانحـراف الربيعى يمكن أدراكها بسهولة إذ أن معرفة نهايتى الارباعى الأول والثالث تعطينـا فكرة عن تشتت الدرجات حول الوسيط

مثال (٣)

احسب الانحراف الربيعى للتوزيع التكرارى التالى

فئة الدرجات	٢٠-	١٥-	٣٠-	٢٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	المجموع
التكرار	٤	٦	١٢	٢٠	٢٥	٢٢	١١	١٠٠

الحـــل :

$$\text{ترتيب الارباعى الاولى} = \frac{١٥٠}{٤} = ٢٥$$

وباستخدام الجدول رقم (٢) صـ وهوجدول التكرار المتجمع التصاعدى

فان قيمة الارباعى الأدنى

$$= ٣٥ + \frac{٢٥ - ٢٢}{٤٢ - ٢٢} \times ٥$$

$$= ٢٥ + \frac{٣}{٤} \times ٥$$

$$= ٣٥٫٧٥$$

$$\text{، ∴ ترتيب الارباعى الأعلى} = \frac{١٠٠}{٤} \times ٣$$

$$= ٧٥$$

$$\text{، ∴ قيمة الارباعى الأعلى} = ٤٧ + \frac{٧٥ - ٦٧}{٨٩ - ٦٧} \times ٥$$

$$= ٧ + \frac{٢}{٣} \times ٥$$

$$= ٥٠٫٣٣$$

$$\text{المدى الربيعى} = ٥٠٫٣٣ - ٢٥٫٧٥$$

$$= ١٤٫٥٨$$

$$\text{الانحراف الربيعى} = \frac{١٤٫٥٨}{٢}$$

$$= ٧٫٢٩$$

رابعا الانحراف المعيارى Standard Deviation

هذا المقياس يعتبر من أهم وأدق مقاييس التشتت ويرمز له بالرمز س وتنطق سيجما وهذا بالنسبة للمجتمع موضع الدراسة وسنرمز للانحراف المعيارى للعينات بالرمز ع وإذا كان تباين المجتمع هو س^٢ فان تباين العينة يكون ع^٢ .

طريقة حساب الانحراف المعيارى

١ ـ إذا كانت البيانات الاحصائية غير مبوبة :

فى هذه الحالة تتبع الخطوات التالية لحساب الانحراف المعيارى :

ا ـ تحسب المتوسط الحسابى للبيانات .

ب ـ تحسب الانحرافات عن هذا المتوسط .

جـ ـ تحسب مربعات الانحرافات عن المتوسط .

د ـ نوجد مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط .

هـ ـ توجد متوسط مربعات الانحرافات ويوجد الجذر التربيعى للناتج فيكون هو الانحراف المعيارى المطلوب .

مثال ٤ :

اوجد الانحراف المعيارى للارقام التالية

٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧

الحل

$$\text{المتوسط الحسابى} = \frac{٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧}{٥}$$

$$= \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

الانحرافات عن المتوسط هي

-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢

مربعات الانحرافات هي ٤ ، ١ ، ٠ ، ١ ، ٤

$$\text{متوسط مربعات الانحرافات} = \frac{٤ + ١ + ٠ + ١ + ٤}{٥}$$

$$= \frac{١٠}{٥} = ٢$$

$$\therefore \text{الانحراف المعيارى} = \sqrt{٢}$$

$$= ١٫٤١٤$$

ثانيا : إذا كانت البيانات الاحصائية مبوبة :

إذا كانت البيانات معطاه فى صوره توزيع تكرارى فإما أن يكـــون توزيعا تكراريا بسيطا أو توزيعا تكرر ذو فئات

ا ـ إذا كانت البيانات فى صورة توزيع تكرارى بسيط :

لحساب الانحراف المعيارى من البيانات المبوبة فى صورة توزيع تكرارى بسيط فاننا نتبع الخطوات التالية

١ ـ نحسب المتوسط الحسابى للبيانات

٢ ـ نحسب انحراف الدرجات عن المتوسط الحسابى (ح)

٣ ـ نطبق المعادلة التالية

$$\text{الانحراف المعيارى (ع)} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^2\text{ ك}}{\text{ن}}}$$

مثـال ٥ :

الدرجات	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرارات	٥	٤	١	٨	١٢	٣	٢

الحـــل :

$$\therefore \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}$$

$$\therefore \bar{\text{س}} = \frac{٢٠ + ٢٠ + ٦ + ٥٦ + ٩٦ + ٢٧ + ٣٠}{٥ + ٤ + ١ + ٨ + ١٢ + ٣ + ٢}$$

$$= \frac{٢٤٥}{٢٥} = ٧$$

ثم يحسب الانحرافات عن المتوسط كما فى الجدول التالى :

الدرجات	التكرارات ك	ح	ح²	ح² ك
٤	٥	- ٣	٩	٤٥
٥	٤	- ٢	٤	١٦
٦	١	- ١	١	١
٧	٨	٠	٠	٠
٨	١٢	١	١	١٢
٩	٣	٢	٤	١٢
١٠	٢	٣	٩	١٨
	ن = ٣٥			١٠٤

$$ع = \sqrt{\frac{١٠٤}{٣٥}}$$

$$= \sqrt{٢ر٩٧١٤} = ١ر٧٢٤$$

ب حساب الانحراف المعيارى من البيانات المبوبة ذى الفئات

فى هذه الحالة تتبع الخطوات التالية لحساب الانحراف المعيارى :

(١) نحسب مراكز الفئات ، ثم نحسب المتوسط الحسابى و نحسب انحرفات مراكز الفئات عنه

( ) تضرب تكرار كل فئة في انحرافها ٨ ، عن المتوسط ثم نجمع حواصل الضرب جمعا جبريا (أى نراعى فيه الاشارات) .

(٣) تضرب تكرار كل فئة في مربع انحراف متوسطها عن المتوسط ثم نجمع الناتج .

(٤) تستخدم الانحراف المعيارى من المعادله التالية :

$$ع = \sqrt{\frac{مح ح^{٢} ك}{ن} - \left(\frac{مح ح ك}{ن}\right)^{٢}}$$

مثال ٦ :

اوجد الانحراف المعيارى للبيانات الاحصائية المبينة بالمثال (رقم) ص

الحل

ترتب البيانات وتحسب مراكز الفئات وانحرافات مراكز الفئات عن المتوسط ثم تحسب حاصل ضرب هذه الانحرافات فى تكرار كل فئة وأخيراً تحسب مربعات انحرافات مراكز الفئات عن المتوسط وتضرب هذا المربع فى تكرار كل فئة كما فى الجدول التالي :

الفئة	ك	مراكز الفئات س	ج	ك ح	ح٢	ح٢ك
-٢٠	٤	٢٢ر٥	١٨ر٢-	٧٧ر٢-	٣٣٤ر٨٩	١٣٣٩ر٥٦
-٢٥	٦	٢٧ر٥	١٣ر٢-	٧٩ر٨-	١٧٦ر٨٩	١٠٦٢ر٣٤
-٣٠	١٢	٣٢ر٥	٨ر٠-	٩٩ر٦-	٦٨ر٨٩	٨٢٦ر٦٨
-٣٥	٢٠	٣٧ر٥	٣ر٣-	٦٦ر٠٠-	١ ر٨٩	٢ ٧ر٨٠
-٤٠	٢٥	٤٢ر٥	١ر٧-	٤٢ر٥	٢ر٨٩	٧٠ر٢٥
-٤٥	٢٢	٤٧ر٥	٦ر٧-	١٤٧ر٤	٤٤ر٨٩	٩٨٧ر٥٨
-٥٠	١١	٥٢ر٥	١١ر٧-	١٢٨ر٧	١٣٦ر٨٩	١٥٠٠ر٧٩
	١٠٠			٤-		٦٠٠٢ر٠٠

$$ع = \sqrt{\frac{٦٠٠٢}{١٠٠} - \left(\frac{-٤}{١٠٠}\right)^{٢}}$$

$$= \sqrt{\frac{٦٠٠٢}{١٠٠} - \frac{١٦}{١٠٠٠٠}}$$

$$= \sqrt{٦٠ر٠٢٠٠ - ٠ر٠٠١٦}$$

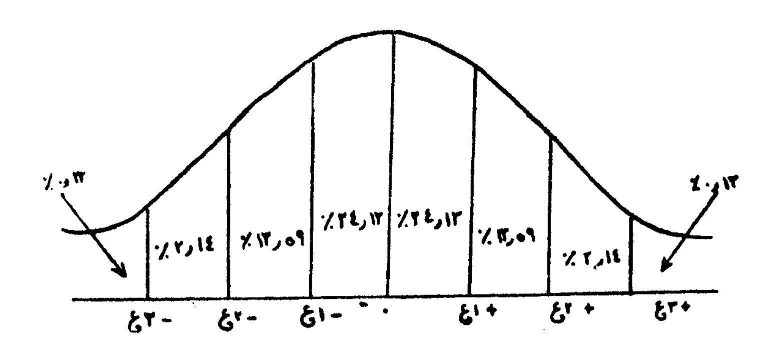
$$= \sqrt{٠ر٠١٨٤}$$

ملاحظة : سعة الفئة = الفرق بين الحدود الدنيا لاى فئة متتالية

$$مركز الفئة = \frac{سعة الفئة}{٢} + الحد الادنى للفئة$$

معنى التشتت فى المنحنى التكرارى الا عتدالى :

إذا كان المتوسط الحسابى لمجموعة من الدرجات س َ والانحراف المعيارى لها ع وكانت الدرجات موزعة توزيعاً إعتداليا فاننا نجد أنه إذا ابتعدنا عن المتوسط الحسابى بمقدار + انحراف معيارى واحد فان ٦٨ ٪ من البيانات الاحصائية فى هذا التوزيع سوف تقع فى هذه المساحة ونجد أن حوالى ٩٦ ٪ من درجات أفراد هذه المجموعة تنحصر بين س َ + ٢ ع ، س َ — ٢ع . كما أن جميع أفراد المجموعة تقريبا تنحصر درجاتهم بين س - + ٣ع ، س َ - ٣ ع ويتضح ذلك من الشكل التالى :-



ويمكن استخدام الانحراف المتوسط فى الحصول على مقياس تكنولوجى بسيط يسمى الخطأ المئوى فى القياس والذى يمكن حسابه من المعادلة التالية .

(•) المنحنى التكرارى الاعتدالى

Normal Dis'ribution

سيتناول المؤلف خصائص المنحنى التكرارى الاعتدالى فى الفصل السادس من هذا الكتاب.

$$\text{الخطأ المئوى} = \frac{\text{الانحراف المتوسط}}{\text{المتوسط الحسابى}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\acute{ح}}{\acute{س}} \times ١٠٠$$

معامل الاختلاف Variability Correlation

يستخدم هذا المقياس لمعرفة مدى التشابه أو الاختلاف بين مجموعة من القيم . ويمكن حساب معامل الاختلاف بقسمة الانحراف المعيارى لمجموعة الدرجات على متوسطها الحسابى ثم نضرب ناتج خارج القسمة فى ١٠٠

$$\text{أى أن معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعيارى}}{\text{المتوسط الحسابى}} \times ١٠٠$$

مثال ٧ :

أوجد معامل الاختلاف للبيانات المبينة فى المثال السابق رقم ٦

الحـــل

بما أن الانحراف المعيارى = ٧٫٧٤٧ تقريبا

، ∵ المتوسط الحسابى = ٤٠٫٨

$$\therefore \text{معامل الاختلاف} = \frac{٧٫٧٤٧}{٤٠٫٨} \times ١٠٠$$

$$= ١٨٫٩٨٨$$

استخدامات مقاييس التشتت في الدراسات النفسية والتربوية(*):

لقد عرفنا أن استخدام المدى في قياس تشتت الدرجات يعد من أقل مقاييس التشتت دقة وثباتا ، وخاصة إذا كانت هناك مجموعة من القيم المتطرفة وقد عرفنا أيضا أن الانحراف الربيعي يعالج النقد الموجه للمدى المطلق للدرجات إلا أنه لايتعرض لقيمتين فقط هما الإرباعي الاعلى والارباعي الأدنى أما الانحراف المتوسط والانحراف المعياري فطريقة حسابهما تتناول كل الدرجات .

والانحراف المعياري هو مقياس للتشتت تعطينا القياس الكمي المضبوط للتشتت وهو لايتأثر بعدد القيم الداخلة والمكونة للعينة ولايتأثر كذلك بالقيم المتطرفة فيها ، وفيما يلي تلخيص لبعض استخدامات مقايس التشتت في علم النفس والتربية:

اولا : استخدامات المدى المطلق :

يستخدم المدى المطلق في الحالات التالية :

١ - عند حساب المسافة بين أقل القيم وأكبرها .

٢ - عندما يتأكد الباحث من عدم وجود قيم شاذة أو متطرفه في مجموعه القيم التي يقوم بدراسة تشتتها ,

---

(*) استخدامات مقاييس التشتت في المقارنة بين المجموعات سيتناولها المؤلف في الفصل السادس من هذا المؤلف .

ثانيا: استخدامات الانحراف الربيعي:

يستخدم الانحراف الربيعى فى الحالات التالية :

١ ـ الحصول على مقياس تقريبي للتشتت في وقت قصير .

٢ ـ عندما يكون فى مجموعة الدرجات قيم متطرفة .

٣ ـ عندما يكون المطلوب معرفة درجة تمركز القيم حول الوسط .

٤ ـ عندما يكون المطلوب الحصول على مقيـاس للتشتت في جـــدول تكرارى مفتوح

ثالثا : استخدامات الانحراف المتوسط:

يستخدم الانحراف المتوسط فى الحالات التالية :

١ ـ عند إعطاء أوزان لجميع الانحرافات حسب قربها أو بعـــدها عن المتوسط .

٢ ـ عندما يكون المطلوب ايجاد معامل للتشتيت أكثر دقة .

رابعا : استخدامات الانحراف المعيارى:

١ ـ عندما يكون المطلوب ايجاد معامل دقيق للتشتيت (وفى هذه الحالة يكون الانحراف المعيارى هو أدق هذه المعاملات)

٢ ـ عندما يهدف استخدام هذا المعامل فى نواحى إحصائية أخرى .

٣ ـ يستخدم الانحراف المعيارى فى حساب الدرجات المعيـــارية التى تساعدنا على المقارنه بين الدرجات .

وفيما يلي توضيح لفكرة الدرجات المعيارية وطريقة حسابها وأنواع هذه الدرجات .

أولا : الدرجات المعيارية والمقارنة بين درجات الأفراد :

لنفرض أن عندنا تلميذين أحدهما في الفصل أ والثاني في الفصل ب بالصف الثاني الثانوي بأحد المدارس الثانوية العامة بالإسكندرية وأننا علمنا أن التلميذ الأول حصل على ٥٥ من ٦٠ درجة في مادة الكيمياء والتلميذ الثاني حصل على ٥٣ درجة من ٦٠ درجة في نفس المادة ، فاننا لا نستطيع أن نجزم بأن تلميذ الفصل أ أفضل من تلميذ الفصل ب ولا يمكن أن يكون لمثل هذه الدرجات والتي تسمى درجات خام Row Scores دلالة دون أن نحولها إلى درجات يمكن أن تأخذ في الاعتبار موضع كل تلميذ بين زملاء فصله وهذه الدرجات تسمى بالدرجات المعيارية .

وسنتناول فيما يلي طريقة حساب الدرجات المعيارية التي بها يمكن المقارنة بين درجات الأفراد .

ثانيا : طريقة حساب الدرجات المعيارية وأنواعها هذه الدرجات :

يمكن حساب الدرجات المعيارية باستخدام المعادلة التالية :

$$\text{الدرجة المعيارية (د)} = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}}$$

حيث س هي الدرجة الخام المراد تحويلها إلى درجة معيارية ، $\bar{\text{س}}$ هي المتوسط الحسابي .

، ع هي الانحراف المعيارى

مثال (٨) :

لذا حصل أحد التلاميذ على ٥٧ درجه في امتحان الحساب وكان المتوسط الحسابي لهذا الامتحان هو ٥٠ درجة والانحراف المعيارى ٣٫٥ درجة واذا حصل تلميذ آخر في امتحان الحساب على ١٠٠ درجة وكان المتوسط الحسابى لهذا الامتحان ٨٠ درجة وانحرافه المعيارى ٢٠ درجة فأيهما أفضل في الأداء .

الحـــل .

الدرجة المعيارية للتلميذ الأول = $\frac{٥٧ - ٥٠}{٣٫٥}$ = ٢

الدرجه المعيارية للتلميذ الثانى = $\frac{١٠٠ - ٨٠}{٢٠}$ = ١

∴ أداء التلميذ الأول أفضل من أداء التلميذ الثانى .

رأينا فى المثال (٨) أن الدرجات الخام لاتصلح للمقارنه بين الأفراد أما الدرجات المعيارية فانها تفيد فى عمل مثل هذه المقارنة لأنها تعتبر وحـــدات مشتركة يمكن أن تحول اليها الدرجات الأخرى ، مهما كان اختلاف الدرجات الأصلية . ويمكن تحويل أى درجـات خام الي درجات معيارية اذا عـرفه المتوسط الحسابى للدرجات وانحرافها المعيارى .

والدرجات المعيارية التى حصلنا عليها فى هذا المثـــال يسمى درجات

والدجارت المعيـارية التى حصلنا عليها فى هذا المثـــال تسمى درجات زد (Z—Scores) . وهذا النوع من الدرجات يعاب عليه أنه قد يكون غير مريح من النـــاحية العملية نظراً لوجود الاشارات السالبة والـكسور العشرية فى الإنحراف المعيارى .

وهناك نوع آخر من الدرجات المعيارية ليس به العيوب السابقة فىالدرجات ز د المعيارية (د)تسمى درجات(ت) وفىهذا النوع يضاف مقدار ثابتللتخلص من الاشارات السالبة ويزاد حجم المقياس للتخلص من الكسور العشريه .

وتستخدم المعادلة التالية فى حساب الدرجات التائية من الدرجات المعيـارية زد (د) :

ت = ٥٠ + ١٠ د

أى أن

$$ت = ٥٠ + ١٠ \times \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$\therefore ت = ٥٠ + \frac{١٠}{ع}(س - \bar{س})$$

حيث ت هي الدرجة التائية

س الدرجة الخام

$\bar{س}$ المتوسط الحسابى

ع الانحراف المعيارى

مثـــال (٩)

أوجد الدرجات المعيـارية زد (د) والدرجات المعيارية « ت » إذا حصل أحد التلاميذ على الدرجة ٤٠ فى امتحان للغة الانجليزية وكان متوسط الدرجات فى هذا الاختبار هو ٤٦ وانحرافه المعيارى هو ١٥

الحل

$$\because \text{د} = \frac{\text{س} - \text{سَ}}{\text{ع}} \qquad \therefore \text{د} = \frac{٤٠ - ٤٦}{١٥}$$

$$= - ١٫٦$$

$$، \because \text{ت} = ٥٠ + ١٠ \text{د}$$

$$\therefore \text{ت} = ٥٠ + ١٠ \times - ١٫٦$$

$$= ٥٠ - ١٦ = ٣٤$$

تمـــــارين

إحسب المتوسطات والانحرافات المعيارية للتوزيعات التكرارية التالية :

(١) فئة الدرجات	التكرار
١٠ -	٥
١٥ -	٦
٢٠ -	١٢
٢٥ -	١٣
٣٠ -	٤٠
٣٥ -	٢٤
٤٠ -	١٠
٤٥ -	٥
٥٠ -	٣
٥٥ -	٢

(٢) فئة الدرجات	التكرار
٧٠ -	٧
٧٥ -	٣
٨٠ -	١٤
٨٥ -	٨
٩٠ -	٧
٩٥ -	٢١
١٠٠ -	٢٩
١٠٥ -	٣٠
١١٠ -	٤١
١١٥ -	١٥
١٢٠ -	٥

(٣) فئة الدرجات	التكرار
٥٥ –	٢
٦٠ –	٢
٦٥ –	٥
٧٠ –	٢٣
٧٥ –	٥٢
٨٠ –	١٩
٨٥ –	١٨
٩٠ –	٦
٩٥ –	١

(٤) فئة معاملات الذكاء	التكرار
٨٥ –	١
٩٠ –	١
٩٥ –	١٠
١٠٠ –	٢٦
١٠٥ –	٢٣
١١٠ –	٢٥
١١٥ –	٤٠
١٢٠ –	٤٠
١٢٥ –	١٤
١٣٠ –	٢
١٣٥ –	٥

(٥) إذا اشترك تلميذين أحمد ومحمد فى خمسة اختبارات وحصلا على النتائج الموضحة بالجدول التالي :

الاختبار	١	٢	٣	٤	٥
درجة محمد	٥٠	١٠٠	١٢٧	٧٠	١٩٤
درجة أحمد	٧٥	٨٥	١١٩	٨٥	١٦٩

وحسب المتوسط الحسابى لدرجات أحمد ومحمد (سَ) وحسب الانحراف الانحراف المعيارى (ع) .

إحسب الدرجات المعيـارية د لـــكل منهما علمـاً بأن النتـــائج هي كما يلى :

الاختبار	درجات أحمد	درجات محمد	سَ	ع
١	٥٠	٥٧	٥٠	٣ر٥
٢	١٠٠	٨٥	٨٠	٣٠
٣	١٢٧	١١٩	١١٠	١٨
٤	٧٠	٨٥	٧٦	٦
٥	١٩٤	١٦٩	١١٤	٢٥

ثم احسب الدرجات المعيـارية ت للتلميذين في الاختبـــارات الخمس السابقة .

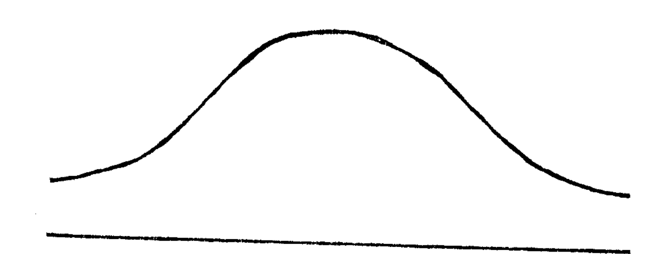


الفصل الخامس

التوزيع الاعتدالى

مقدمة :

إن غالبية الطرق الاحصـائية المستخدمة في الاحصـاء الوصفى تقوم على إفتراض أن المتغيرات الاحصائية تتوزع توزيعاً اعتداليـاً ويتخذ شكل هذا التوزيع الصورة الآتية :



ويسمى بالمنحنى المعتدل أو المنحنى الجرسى وهذا المنحنى يلائم جميـــع المتغيرات الاحصائية التى يكون توزيعها طبيعياً ولكن عملياً قد تتوزع بعض المتغيرات الاحصائية توزيعاً يبتعد عن هذا المنحنى وكلما زادت عدد عناصر العينةالتى يأخذها الباحث زيادة كبيرة فان توزيع هذه المتغيرات يقترب اقتراباً كبيراً من التوزيع المعتدل ·

المقاييس التى تناسب المنحنى الاعتدالى :

Measures That Fit The Normal Curve

في الواقع أن البيانات التي يجمعها دارس علم النفس (الذكاء ـ القدرة على التفكير الابتـكارى ـ القدرة على التفكير الاستدلالى ـ درجات التحصيل أو الاتجاهات ...) هذه البيانات يفترض أن توزيعها يلائم المنحنى الاعتدالىوهذا

الإفتراض يقوم أساساً على نظرية النزعة المركزية والتى تنـــص على أنه إذا أخذنا عدداً كبيراً جداً من العينات عشوائياً من المجتمـع موضـع الدراسات وكان حجم العينات كبيراً جداً ومتساوياً وحسبنا الوسط الحسابى لـكل عينة فان أوساط هذه العينـات تتوزع توزيعاً اعتداليـــاً حول الوسط الحسابى للمجتمع كله .

وعموماً فان التوزيعات الاعتدالية لها خصائص عامة مشتركة هذه الخصائص يمكن إجمالها فيما يلى .

خواص التوزيع الاعتدالى :

يتميز التوزيع الاعتدالى بالخواص الآتية :

١ ـ يمثل التوزيع الاعتدالى بيانياً بمنحنى جرسى كالموضح سابقاً .

٢ ـ لا يتأثر شكل هذا المنحنى بعدد العناصر التى تدخل فى التوزيع .

٣ ـ منحنى التوزيع الاعتدالى هو منحنى متماثل حول الخط الرأسى المار بنقطة رأس المنحنى أى يوجد ٥٠ ٪ من التوزيع على يمين هذا الخط الرأسى (محور التماثل) ، ٥٠ ٪ من يساره .

كذلك إذا ابتعدنا يميناً أو يساراً على محور التماثل بمسافات متساوية فان التوزيعين على اليمين وعلى اليسار يكون لهما نفس النسبة المئوية .

٤ ـ أكبر عدد من البيانات الاحصائية فى التوزيع الاعتدالى تتركز حول محور التماثل وتقل هذه النسبة بالتدريج كلما بعدنا يميناً أو يساراً عن هذا المحور .

٥ ـ لا يوجد حد أعلى وحد أدنى للتوزيع الاعتدالى وكلما ابتعدت العناصر عن الرأس كلما زادت قدرة حدوثها وكلما اقتربنا من ذيل المنحنى بعـداً عن

محور التماثل كلما زادت ندرة حدوث هذه العناصر إلى الحد الذى يمكن فيه إهمالها .

٦ - جميع مقاييس النزعة المركزية Central Tendency (الوسط — الوسيط — المنوال) تقع على نفس البعد من محور التماثل يمينه أو يساره .

المنحنى الاعتدالى المعيارى
Standardized Normal Curve

من المفيد فى الاحصاء الوصفى أن تدرس المنحنى الاعتدالى الذى يرسم باستخدام الدرجات المعيارية Z-Scores للاختبارات النفسية ومثل هذا المنحنى الإعتدالى يطلق عليه اسم المنحنى الاعتدالى المعيارى .

ويتميز هذا المنحنى بالخصائص الرئيسية التالية :

(١) متوسط الدرجات يساوى صفراً .

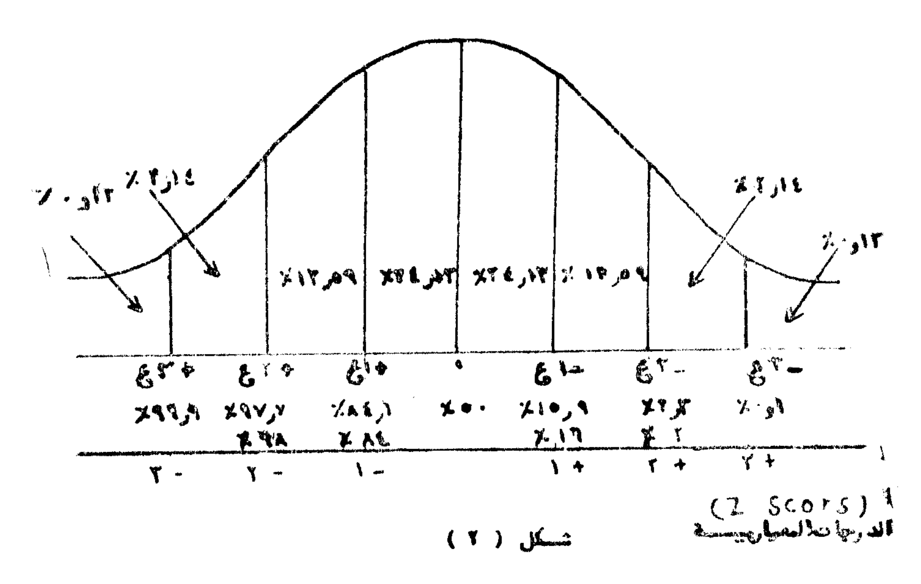
(٢) الانحراف المعيارى يساوى ١٫٠٠ .

(٣) المساحة المحصورة بينه وبين محور السينات تساوى ١٫٠٠ .

ويلاحظ أن النسب المئوية للمساحة التى تقع تحت المنحنى الاعتدالى والمحصورة بين الانحراف المعيارى أقل من المتوسط — ١ ع والانحراف المعيارى أعلى من المتوسط + ١ ع هى حوالى ٦٨٪ من المساحة الكلية التى تقع تحت هذا المنحنى .

وحيث أن ٥٠٪ من المساحة التى تقع تحت المنحنى موجودة على جانبى المتوسط (لأن هذا المنحنى متماثل) إذن يوجد حوالى ١٦٪ من المساحة فقط يقع أعلى الدرجة المعيارية (Z-Score) + ١٫٠

والشكل التالى يوضح المساحات والنسب المئوية لها التى تقع تحت المنحنى الإعتدالى المعيارى :



شكل (٢)

المساحة تحت المنحنى الاعتدالى

Area Under a Normal Carve

حيث أن المنحنى الاعتدالى يستخدم كثيراً فى التفسير الاحصائى لدرجات الإختبارات النفسية فان الكاتب قد أعد جداول للمساحات التى تقع تحت هذا المنحنى . الجدول رقم (٢) في الملاحق الخاصة بهذا الكتاب فى هذا الجدول تلاحظ أن العمود الأول يمثل قيمة الدرجات المعيارية Z-Scores وهنا ينبغى الإشارة إلى أن الدرجات الموجبة فقط هي التى دونت فى الجدول المشار اليه لأن قيم الدرجات السالبة هي نفسها قيم الدرجات الموجبة ما عدا تغيير الاشارة . أما العمود الثانى في هذا الجدول فانه يوضح المساحة التى تقع تحت المنحنى الاعتدالى المحصورة بين المتوسط والنقطة التى تبين درجات الانحراف المعيارى .

أما العمود الثالث في هذا الجـدول فإنه يعطى المساحة التى تحت المنحنى الاعتدالى والتي تقع خلف درجة معياريه معينة Z - Scores في اتجاه واحد .

من هذا الجدول يمكن حساب المساحة الواقعة تحت المنحنى الأعتدالى بين أى درجتين معيارنين .

الجدولى التالى يبين بعض الدرجات المعيارية الأكثر استخداما من الجدول الجدول رقم (٢) بالملاحق موضحا به النسب المئوية المناظرة لـكل مساحة تقع تحت المنحنى الأعتدالى .

الدرجات المعيارية	النسب المئوية لكل مساحة	
	في طرف واحد	في الطرفين معا
١ر٦٤	٥ ٪	١٠ ٪
١ر٩٦	٢ر٥ ٪	٥ ٪
٢ر٣٣	١ ٪	٢ ٪
٢ر٥٨	٠ر٥ ٪	١ ٪

ولتوضيح طريقة استخدام الجـدول المخصص للمساحات الواقعة تحت المنحنى الأعتدالى والدرجات المعيارية .

فلنفترض أننا حصلنا على درجات اختبار تحصيلى وحولناها إلى درجات معيارية Z - Scores لها توزيع تـكرارى معتدل ومتوسط الدرجات ٥٠ والإنحراف المعيارى ١٥ر٠ ما هي قيمة المساحة التى تقـع تحت الدرجات التى تزيد عن ٦٦ ؟

ولحل هذه المسألة فإننا نحسب الدرجة المعيارية للدرجة ٦٦ كالآتى :

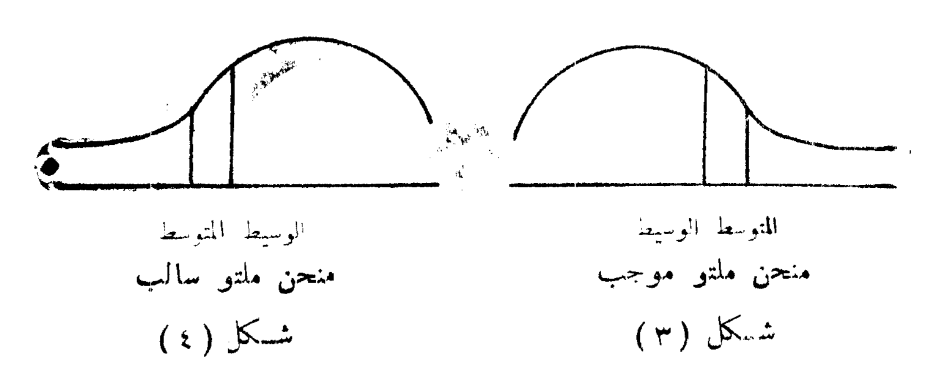
الدرجة المعيارية (د) = $\frac{٦٦ - ٥٠}{١٥}$ = $\frac{١٦}{١٥}$ = ١٫٠٧

وإذا نظرنا للجدول السابق (جدول ٢ فى الملاحق) فاننا سنحصل على القيمة من العمود الثالث الذى يمثل المساحة خلف الدرجة المعيارية المعطاه .

وللدرجة المعيارية + ١٫٠٧ نجد أن قيمة الجدول ٠٫١٤٢٣ وهى أكثر قليلا من ١٤ ٪ من المساحة الواقعة تحت المنحنى الاعتدالى أى أن هذه المساحة تمثل أكثر من ١٤ ٪ من درجات الاختبار التحصيلى فى توزيع الدرجات المعتدل حاصلين على أكثر من ٦٦ درجة .

الالتواء Skewness

بعد أن رأينا أهمية التوزيع التكرارى الاعتدالى وعرفنا خصائص تجدر الاشارة إلى أن المنحنى الاعتدالى المعيارى نادر الحدوث من الناحية العلمية ولكننا نحصل عادة على منحنى إما قريب من التماثل أى قريب من المنحنى الاعتدالى المعيارى أو منحنى ملتو . وقد يكون الالتواء موجب أو سالب والاشكال التالية بين المنحنيات الملتوية الموجبة والسالبة .



الوسيط المتوسط
منحنى ملتو سالب
شكل (٤)

المتوسط الوسيط
منحنى ملتو موجب
شكل (٣)

ولقياس درجة التواء المنحنى سواء كان هذا الالتواء سالبـا أو موجبا فإنه يوجد هناك مقاييس ثلاثة للالتواء يمـكن استخدام أى منها . وهـذه المقاييس يرمز لها بالرموز $ت_١$ ، $ت_٢$ ، $ت_٣$ على الترتيب . ويمكن حساب كل منها كما يلى :

$$١)\ ت_١ = \frac{\text{المتوسط الحسابى} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

وهذه المعادلة تسمى معامل بيرسون الأول للالتواء .

$$٢)\ ت_٢ = \frac{٣(\text{المتوسط الحسابى} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

وهذه المعادلة أيضا تسمى معامل بيرسون الثانى .

$$٣)\ ت_٣ = \frac{(\text{الارباعى الاعلى} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الارباعى الادنى})}{(\text{الارباعى الاعلى} - \text{الوسيط}) + (\text{الوسيط} - \text{الارباعى الادنى})}$$

مثال : أوجد معامل إلتواء المنحنى الناتج من التوزيع التكرارى للبيانات التالية :

فئات الدرجات	١٠	٣٠-	٥٠-	٧٠-	٩٠
التكرارات	١٥	٢٠	٣٠	٢٠	١٥

١٠٠ د

الحل :

الفئات	التكرارات ك	مراكز الفئات س	س ك	ح	ح²	ح ك	ح² ك
١٠—	١٥	٢٠	٣٠٠	—٤٠	١٦٠٠	—٦٠٠	٢٤٠٠٠
٣٠—	٢٠	٤٠	٨٠٠	—٢٠	٤٠٠	—٤٠٠	٨٠٠٠
٥٠—	٣٠	٦٠	١٨٠٠	٠	٠	٠	٠
٧٠—	٢٠	٨٠	١٦٠٠	+٢٠	٤٠٠	٤٠٠	٨٠٠٠
٩٠—	١٥	١٠٠	١٥٠٠	+٤٠	١٦٠٠	٦٠٠	٢٤٠٠٠
	١٠٠		٦٠٠٠			٠	٦٤٠٠٠

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{٦٠٠٠}{١٠٠} = ٦٠$$

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ك ح}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ك ح}}{\text{ن}}\right)^{٢}}$$

$$= \sqrt{\frac{٦٤٠٠٠}{١٠٠} - ٠} = \sqrt{٦٤} = ٨$$

حساب الوسيط :

التكرار المتجمع التصاعدى

الحدود الدنيا للفئات فأقل	التكرار المتجمع التصاعدى
أقل من ١٠	صفر
أقل من ٣٠	١٥
أقل من ٥٠	٣٥
أقل من ٧٠	٦٥
أقل من ٩٠	٨٥
أقل من ١٠٠	١٠٠

ترتيب الوسيط = ١٠٠ / ٢ = ٥٠

الوسيط = ٥٠ + (٥٠ — ٣٥) / (٦٥ — ٣٥) × ٢٠

= ٥٠ + ١٥ / ٣٠ × ٢٠

= ٥٠ + ١٠ = ٦٠

المنوال = ٣ × الوسيط ـ ٢ × المتوسط

= ٣ × ٦٠ ـ ٢ × ٦٠

= ٦٠

موقع الارباعى الأدنى $= \frac{\text{مـ ك}}{٤} = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$

قيمة الارباعى الأدنى $= ٣٠ + \frac{٢٥ - ١٥}{٣٥ - ١٥} \times ٢٠$

$= ٣٠ + \frac{١٠}{٢٠} \times ٢٠$

$= ٤٠$

موقع الارباعى الاعلى $= \frac{٣}{٤} \times$ مـ ك

$= \frac{٣}{٤} \times ١٠٠ = ٧٥$

∴ قيمة الارباعى الاعلى $= ٧٠ + \frac{٧٥ - ٦٥}{٨٥ - ٦٥} \times ٢٠$

$= ٧٠ + \frac{١}{٢} \times ٢٠$

$= ٧٠ + ١٠$

$= ٨٠$

∴ $ت_١ = \frac{\text{المتوسط الحسابى — المنوال}}{\text{الانحراف المعيارى}}$

$= \frac{٦٠ - ٦٠}{٨} = ٠$

$$ت_٢ = \frac{٣ \text{ (المتوسط الحسابى — الوسيط)}}{\text{الانحراف المعيـــارى}}$$

$$= \frac{٣ (٦٠ — ٦٠)}{٨} = \text{صفر}$$

$$ت_٣ = \frac{\text{(الارباعى الاعلى - الوسيط) — (الوسيط - الارباعى الادنى)}}{\text{(الارباعى الاعلى — الوسيط) + (الوسيط — الارباعى الادنى)}}$$

$$= \frac{(٨٠ — ٦٠) — (٦٠ — ٤٠)}{(٨٠ — ٦٠) + (٦٠ — ٤٠)}$$

$$= \frac{٢٠ — ٢٠}{٢٠ + ٢٠} = \text{صفر}$$

ويلاحظ أن قيمة الالتواء تساوى صفر باستخدام الطرق الثلاثة السابقة ومعنى ذلك أن البيانات السابقة يمكن تمثيلها بيانيا بمنحن ينطبق تماما على المنحنى الاعتدالي ولكن في الواقع العملي فإن الالتواء إما أن يكون موجبا أو يكون سالبا لانه من النادر أن تنطبق البيانات الإحصائية التى يتم جمعها من مجتمع أفراد كمجتمع الطلاب أو مجتمع العمال مثلا .

والمثال السابق يوضح خصائص المنحنى الاعتدالى ويحققها كما سبق أن بيناها في هذا الفصل وهذه الخصائص تتضح من تساوى مقاييس النزعة المركزية فكل منها يساوى ٦٠ .

مثال (٢)

إحسب معامل الالتواء للتوزيع التكرارى التالى وذلك باستخدام معامل

بيرسون الاول ومعامل بيرسون الثانى وكذلك بإستخدام الارباعيين الاعلى والادنى والوسيط .

الفئات	١٦ –	٢١ –	٢٦ –	٣١ –	٣٦ –	٤١ –	٤٦ –
التكرارات	٨٠	٤٤	١٠٠	٢٠٠	٤٠	٢٠	١٦

الحل :

والجدول التالى يبين التوزيع التكراى المتجمع التصاعدى للبيانات المعطاه :

الفئات	ك	أقل من الحدود الدنيا	التكرار متجمع التصاعدى
١٦ —	٨٠	أقل من ١٦	٠
٢١ —	٤٤	أقل من ٢١	٨٠
٢٦ —	١٠٠	أقل من ٢٦	١٢٤
٣١ —	٢٠٠	أقل من ٣١	٢٢٤
٣٦ —	٤٠	أقل من ٣٦	٤٢٤
٤١ —	٢٠	أقل من ٤١	٤٦٤
٤٦ —	١٦	أقل من ٤٦	٤٨٤
	٥٠٠		

موقع الارباعى الادنى $= \frac{\text{مجـ ك}}{\text{٤}} = \frac{\text{٥٠٠}}{\text{٤}} = \text{١٢٥}$

موقع الوسيط (الارباعى الثانى) $= \frac{\text{مجـ ك}}{\text{٢}} = \frac{\text{٥٠٠}}{\text{٢}} = \text{٢٥٠}$

الارباعى الاعلى $= \frac{\text{ع ك}}{٤} \times ٣ = \frac{٥٠٠}{٤} \times ٣ = ٣٧٥$

قيمة الارباعى الادنى $= ٢٦ + \frac{١٢٥ - ١٢٤}{٢٢٤ - ١٠٤} \times ٥$

$= ٢٦ + \frac{١}{١٢٠} \times ٥$

$= ٢٦ر٠٥$

قيمة الوسيط $= ٣١ + \frac{٢٥٠ - ٢٢٤}{٤٢٤ - ٢٢٤} \times ٥$

$= ٣١ + \frac{٢٦}{٢٠٠} \times ٥$

$= ٣١ + ٠ر٦٥$

$= ٣١ر٦٥$

قيمة الارباعى الاعلى $= ٣١ + \frac{٣٧٥ - ٢٢٤}{٤٢٤ - ٢٢٤} \times ٥$

$= ٣١ + \frac{١٥١}{٢٠٠} \times ٥$

$= ٣١ + \frac{٧٥٥}{٢٠٠} = ٣١ + ٣ر٧٧٥$

$= ٣٤ر٧٧٥$

المتوسط الحسابى

ولحساب الانحراف المعيارى نتبع الخطوات المبينة بالجدول التالى :

الفئات	التكرارات ك	مراكز الفئات س	س ك	ح	ح٢	ح ك	ح٢ ك
١٦ –	٨٠	١٨ر٥	١٤٨٠	– ١٢	١٤٤	– ٩٦	١١٥٢٠
٢١ –	٤٤	٢٣ر٥	١٠٣٤	– ٧	٤٩	– ٣٠٨	٢٠٥٦
٢٦ –	١٠٠	٢٨ر٥	٢٨٥٠	– ٢	٤	– ٢٠٠	٤٠٠
٣١ –	٢٠٠	٣٣ر٥	٦٧٠٠	٣	٩	٦٠٠	١٨٠٠
٣٦ –	٤٠	٣٨ر٥	١٥٤٠	٨	٦٤	٣٢٠	٢٥٦٠
٤١ –	٢٠	٤٣ر٥	٨٧٠	١٣	١٦٩	٢٦٠	٣٣٨٠
٤٦ –	١٦	٤٨ر٥	٧٧٦	١٨	٣٢٤	٢٨٨	٤٠٨٤
	٥٠٠		١٥٢٥٠			صفر	٢٥٩٠٠

$$\therefore \bar{س} = \frac{مج\ س\ ك}{مج\ ك} = \frac{١٥٢٥٠}{٥٠٠}$$

$$= ٣٠ر٥$$

$$\therefore ع = \sqrt{\frac{مج\ ك\ ح^{٢}}{ن} - \left(\frac{مج\ ك\ ح}{ن}\right)^{٢}}$$

$$= \sqrt{\frac{٢٥٩٠٠}{٥٠٠} - صفر}$$

$$= \sqrt{٥١ر٨} = ٧ر٢$$

∴ المنوال = ٣ × الوسيط − ٢ × المتوسط

المنوال = ٣ × ٣١ر٦٥ − ٢ × ٣٠ر٥

٩٠ر٩٥ − ٦١ = ٣٢ر٩٥

∴ معامل بيرسون الأول للالتواء $= \dfrac{\text{المتوسط الحسابي — المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$

∴ معامل بيرسون الأول للالتواء $= \dfrac{\text{٣٠ر٥٠ — ٣٣ر٩٥}}{\text{٧ر٢}}$

$= \dfrac{\text{— ٣ر٤٥}}{\text{٧ر٢}}$

$=$ — ٠ر٤٨

∴ معامل بيرسون الثاني للالتواء $= \dfrac{\text{٣(المتوسط الحسابي ـ الوسيط)}}{\text{الانحراف المعياري}}$

∴ معامل بيرسون الثاني للالتواء $= \dfrac{\text{٣ (٣٠ر٥٠ ـ ٣١ر٦٥)}}{\text{٧ر٢}}$

$= \dfrac{\text{٣ × — ١ر١٥}}{\text{٧ر٢}} = \dfrac{\text{— ٣ر٤٥}}{\text{٧ر٢}}$

$=$ — ٠ر٤٨

∴ معادلة الالتواء باستخدام الارباعية الأعلى والأدنى والوسيط هي

$$\text{الالتواء} = \frac{(\text{الأرباعى الأعلى} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الارباعى الأدنى})}{(\text{الارباعى الأعلى} - \text{الوسيط}) + (\text{الوسيط} - \text{الارباعى الأدنى})}$$

$$\therefore \text{الالتواء} = \frac{(٣٤{,}٧٨ - ٣١{,}٦٥) - (٣١{,}٦٥ - ٢٦{,}٠٥)}{(٣٤{,}٧٨ - ٣١{,}٦٥) + (٣١{,}٠٥ - ٢٦{,}٠٥)}$$

$$= \frac{٣{,}١٣ - ٥{,}٦٠}{٣{,}١٣ + ٥{,}٦} = \frac{-١{,}٤٧}{٨{,}٧٣}$$

$$= -٠{,}١٧$$

مما سبق يتضح أن إلتواء التوزيع التكرارى السابق هو إلتواء سالب وصغير .

تمارين :

أوجد معاملات الاختلاف والالتواء للتوزيعات التكرارية التالية :

(١)

الفئه	٨-	١٠-	١٢-	١٤-	١٦-	١٨-
التكرار	٦	٨	١٥	١٥	١٠	٩

(٢)

الفئة	١٠٠-	٢٠٠-	٣٠٠-	٤٠٠-	٥٠٠-	٦٠٠-
التكرار	١٤	١٨	٢٧	١٦	١٤	١١

(٣)

الفئه	٥-	٧-	٩-	١١-	١٣-
التكرار	٥	٧	٣	٣	٧

الفصل السادس

المعايير الاحصائية السيكلوجية للتوزيعات التكرارية

مقدمة

يعد تقييم (Evaluation) المعلم لتلاميذه في النواحي الفعلية والانفعالية والتحصيلية المختلفة من أهم مجالات التقييم النفسي والتربوي . ويلجأ المعلم في سبيل ذلك إلى قياس (Measurement) قدرات التلاميذ العقلية والانجازية (Achievement) ويقوم المعلم بهذه العملية ، عملية القياس ، من أجل معرفة مستويات (Standards) التلاميذ العقلية والانجازية من أجل توجيه عملية التعلم (Learning) المدرسي توجيها سليما .

ويستخدم المعلم معيار (Norm) أو معايير لتحديد درجة آداء الفرد بالنسبة لغيره من الأفراد أو بالنسبة للمجتمع الذي ينتمي إليه وذلك لتحقيق غرض توجيه التعلم المدرسي توجيها سليما .

وفي الحالات التي يستخدم فيها الأختبار لأكثر من عمر أو لأكثر من مستوى تعليمي فإن المعايير يجب أن تتدرج حسب مستويات العمر أو الدراسة أو غيرها .

فيكون لكل عمر أو مستوى تعليمي معيار نقاس عليه درجات أفراد العمر الواحد أو المستوى الواحد .

إن درجات الأفراد في الاختبارات النفسية المختلفة ليس لها معنى إلا إذا

كان هناك المعيار الذى يمكن أن نقيس عليه هذه الدرجات ونحدد على ضوء هذا القياس ما إذا كانت هذه الدرجات مرتفعة أو متوسطة أو منخفضة عن المستوى العادى للأفراد الذين هم فى سن هذا الشخص وظروفه .

وقد عرفنا من الفصل الرابع أنه إذا حصل طالب على ٧٠ درجة فى اختبار للغة العربية مثلا فإنه لا يمكن معرفة مستوى هذا الطالب العقلى إلا إذا علمنا إلى أى حد تزيد أو تنقص هذه الدرجة عن متوسط درجات هذا الاختبار فالفرق بين هذه الدرجات والدرجة المتوسطة لجميع زملائه فى الدراسة يبين مستوى الطالبة ولكن قيمة هذا الفرق لا معنى له إذا علمنا المدى الكلى للدرجات وأفضل طريقة لمقارنة درجات الطالب بمستوى درجات طلاب فرقته أو طلاب جيله هو أن تحول درجته إلى درجات معيارية كما سبق أن أوضحنا فى الفصل الرابع من هذا الكتاب أيضا .

وفى هذا الفصل سيتعرض الكاتب إلى نوعين من المعايير هى :

أولا : معايير تعتمد على التوزيعات التكرارية التجريبية وهى :

١ ـ معايير العمر

٢ ـ معايير الفرق الدراسية

٣ ـ المئينيات

٤ ـ الدرجات المعيارية[١]

ثانيا : معايير تعتمد على التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى وهى :

(١) قد سبقت الاشارة الى الدرجات المعيارية فى الفصل الرابع من هذا الكتاب وفى هذا الفصل سيتعرض الباحث لعيوب الدرجات المعيارية وأنواعها المختلفة .

١ ـ المعيار التائى
٢ ـ المعيار الجيمى
٣ ـ السباعى المعيارى
٤ ـ التساعى المعيارى

أولا : معايير تعتمد على التوزيعات التكرارية التجريبية .

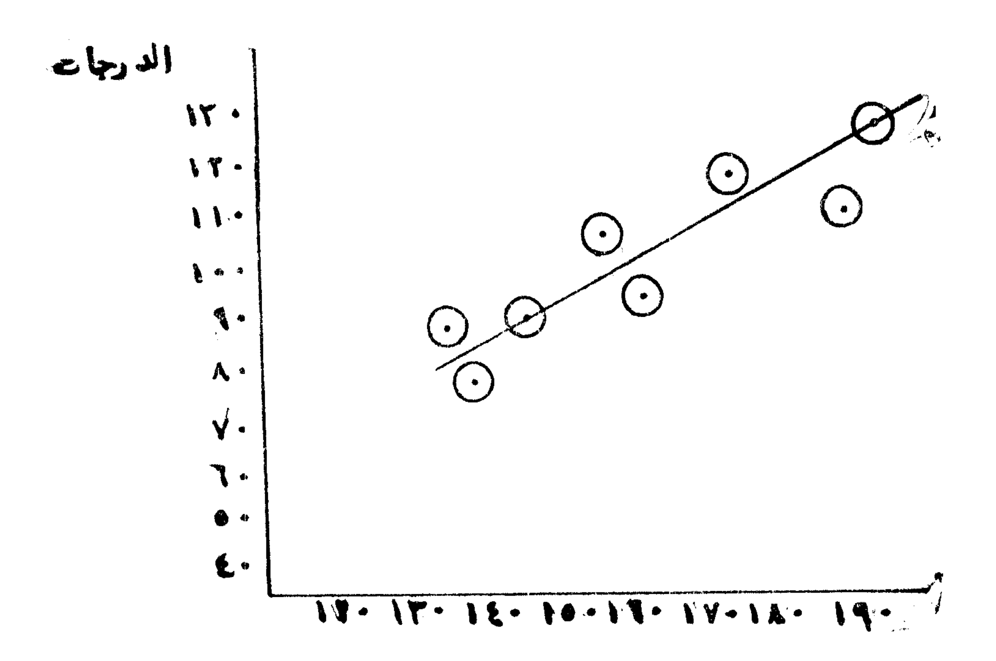
(١) معيار العمر Age Equivalent Norm

طريقة حساب معيار العمر

(١) يطبق الاختبار على عينات من أعمار زمنية متتالية ويفضل أن يتحول هذه الأعمار بالشهور وتحسب فئات الأعمار التى تمتد إلى سنة زمنية بحيث تبدأ من منتصف السنة السابقة لها وتمتد فى مداها إلى ماقبل سنتها بشهر واحد فمثلا يحسب العمر الزمنى الذى يبلغ ١٢ سنة من ١١ سنة و ٦ أشهر إلى ١٢ سنة و ٥ أشهر أى من ١٥٠ ـ ١٦١ شهرا أى أن مدى كل عمر ١٢ شهر .

(٢) يحسب التوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى كل فئة زمنية ثم يحسب من ذلك التكرار ، المتوسط الحسابى .

(٣) يرسم خط بيانى ليدل على العلاقة بين متوسط الدرجات بالأعمار الزمنية كما فى الشكل التالي :



ومن الشكل السابق يمكن تعين درجات الاختبار إذا عرف عمر فرد معين هذا يغير عند تطبيق اختبار يقيس القدرة العددية مثلا فأنه يمكن حساب النسبة العقلية العددية كالآتى :ـ

$$\text{النسبة العقلية العددية} = \frac{\text{العمر العددى العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

هذا وقد لخص الدكتور فؤاد البهى السيد النسب المختلفة فى كتابه علم النفس الإحصائى[١] كما يلى :ـ

---

(١) فؤاد البهي السيد (١٩٧٩) : علم النفس الاحصائى وقياس العقل البشرى ، دار الفكر العربى ـ القاهرة ص ١٨٥ .

(١) نسبة الذكاء $= \frac{\text{العمر العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$

(٢) النسبة التعليمية $= \frac{\text{العمر التحصيلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$

(٣) النسبة التحصيلية $= \frac{\text{النسبة التعليمية}}{\text{نسبة الذكاء}} \times ١٠٠$

$= \frac{\text{العمر التحصيلى}}{\text{العمر العقلى}} \times ١٠٠$

ويعاب على طريقة معايير العمر أنها تعتمد فقط على الأعمار الزمنية وإذا استخدمت فى النواحى التحصيلية فطالب الفرقة الثانية الاعدادية البالغ من العمر ١٢ سنة يفوق طالب الفرقة الأولى الاعدادية البالغ من العمر ١٢ سنة أيضا أى أن الاختبار يضير الطالب الذى عمره ١٢ سنة ومقيد بالصف الأول الاعدادى لأنه إذا كان اختبار تحصليا فإنه يقوم فى جوهره على ما درسه طالب السنة الثانية ولم يدرسه طالب السنة بالأولى بالرغم من تساويهما فى العمر الزمنى ولكن إذا الاختبار متحرراً من النواحى التحصيلية كأن يقيس القدرات العقلية العامة مثلا فإن الاختبار يصبح صالحا لتحديد تلك المعايير .

ويمكن أن نوجز هذه العيوب فيما يلى :

١ ـ النمو العقلى أو التحصيلى لا يساير تماما النمو الزمنى ومن هنا فإن النسبة لا تظل ثابتة كما يفترض ذلك .

٢ ـ إن الذكاء لا يستمر فى النمو طوال حياة الإنسان وإنما تقف عند

سن معينة (عند حوالي بين ١٥ - ١٧ سنة) ولذلك فمها تقدم عمر الفرد فإننا نفترض حداً ثابتا لنموه الزمني وهو السن الذى يتوقف عنده الذكاء .

٣ - النمو التحصيلي لا يستمر في النمو طوال العام بمعدلات ثابتة ولكنه يختلف بين ماده وأخرى .

٤ - تتأثر معايير العمر بعوامل بيئية ومدرسية متعددة .

طريقة حساب معايير الفرق الدراسية :

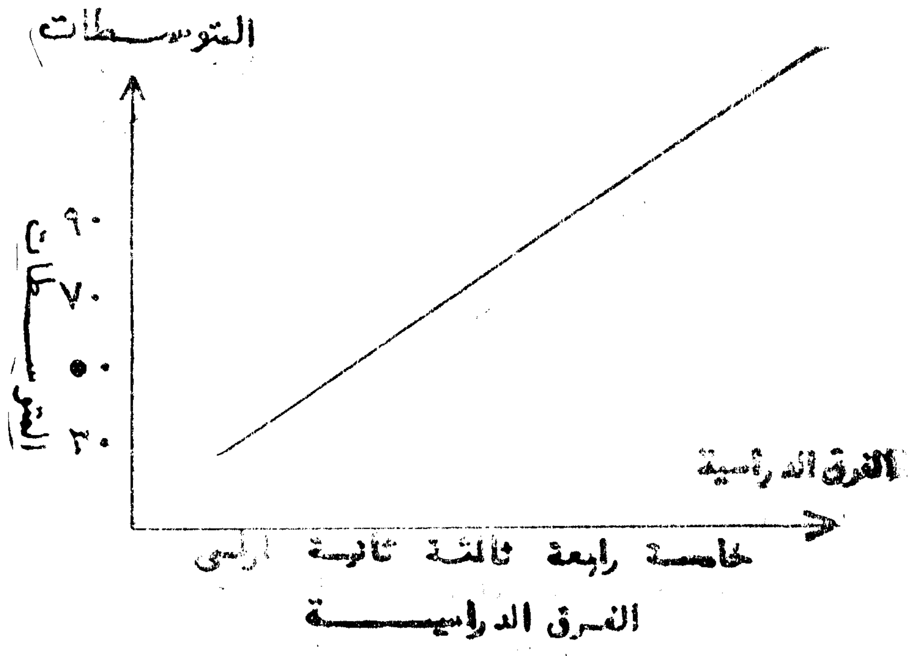
يمكن حساب معايير الفرق الدراسية باتباع الخطوات التالية :

١ - يطبق الاختبار ، المراد عمل معايير فرق دراسية على أساسه ، على عينة كبيرة من التلاميذ ويشترط أن تكون هذه العينه ممثلة للصفوف المختلفة في وقت واحد .

٢ - يحسب المتوسط الحسابي لتحصيل التلاميذ في كل فرقة دراسية .

٣ - يعمل تمثيل بياني لمتوسطات هذه الدرجات بحيث تمثل الفرق الدراسية على المحور الأفقي والمتوسطات على المحور الرأسي .

٤ - يرسم منحنى أملس بحيث يمر قريبا من مواضع النقط الممثلة للمتوسطات الحسابية كما في الشكل التالي :



٥ ـ نمد المنحنى السابق من كلا طرفيه الأعلى والأدنى .

٦ ـ يستخدم المنحنى السابق في إيجاد معيار الفرقة التى تتفق مع درجة كل تلميذ .

هذا ونقسم المسافة بين كل فرقة وأخرى إلى عشرة أقسام إذا أن هذا التقسيم يتفق مع شهور السنة الدراسية التى تبدأ فى شهر سبتمبر وتنتهى فى شهر يونيو وهذه الفترة هى تسع شهور كل منها يمثل جزء من العشرة أقسام التى تفصل بين الفرقة والأخرى أما القسمة العاشرة فيمثل فترة الأجازة الصيفية ومدتها ٣ شهور ولكنها ممثلة بشهر واحد فقط على افتراض أن النمو الحادث فى خلال هذه الشهور الثلاث يعادل نمو شهر واحد أثناء الدراسة .

عيوب معايير الفرق الدراسية :

بالرغم من أن معايير الفرق الدراسية تعد من أهم معايير التحصيل فى

المرحلة الابتدائية وأن هذه المعايير تتميز بالسهولة إلا أنه يؤخذ عليها المآخذ التالية :

١ ـ هـذه المعايير تفترض أن معدل النمو منتظم طوال السنة الدراسية وتفترض أن فترة الثلاث شهور التى تمثل الاجازة الصيفية تمثل نمو شهر واحد من شهور الدراسة وهذا لا يتفق مع حقائق النمو التى توضح أن النمو فى القدرة على القراءة مثلا ترتبط بالنمو العقلى للتلميذ وهـــذا النمو مستمر ومتصل طوال العام .

أما تعـلم الحساب فإنه يتأثر بفترة الدراسة فقط بل أن عوامل النسيان نتيجة الاجازة الصيفية قد تؤخر النمو فى القدرة الحسابية وأن النمو فى هذه القدرة أثناء السنة الدراسية نفسها يكون أسرع فى نهايتها عن بدايتها وهذا يثبت عدم دقة افتراض أن النمو مستمر ومنتظم طوال العام .

٢ ـ إنه من الصعوبة عمل معايير تمتد إلى مدى كبير من التلاميذ الذين يؤدون الامتحان ، بل نحصل على معايير الدرجات العليا والدرجات الدنيا بطريق غير مباشر وهو استكمال المنحنى فى كل من طرفيه الاعلى والادنى .

٣ ـ إذا فرضنا استكمال المنحنى فإنه من الصعب تفسير الدرجات الواقعة فى الجزء المستكمل لانها لا تمثل الواقع وإنما تمثل متوسطا فرضيا .

٤ ـ معايير الفرق الدراسية غير دقيقة نظراً لانها تفترض تساوى أوزان المواد الدراسية التى وضعت هـــذه المعايير لتقييمها وكذلك تفترض تساوى الاهمية النسبية لهذه المواد فى المنهج الدراسى بالفرقة الواحدة فى الفرق الدراسية المتعاقبة .

المئينيات Percentiles

يكثر شيوع استخدام المئين فى اختبارات القدرات العقلية وهو يحدد النسبة المئويه للحالات التى تقع تحت درجة معينة .

ويمكن الحصول على المئين بتقسيم مجموعة الدرجات إلى مائة جزء وتكون المئينيات هو النقط التى تحدد هذه الأجزاء .

والترتيب المئينى هو النسبة المئوية لعدد الأفراد الحاصلين على درجات أقل من درجات فرد آخر . ويجب أن نفرق بين المئين والنسبة المئوية وذلك لأن المئين هو درجة تعبر عن نسبة مئوية لعدد الأفراد الذين أدوا الاختبار بينما النسبة المئوية تدل على درجات الاختبار وليس الأفراد .

طريقة حساب المئينى :

١ ـ يعمل جدول وتكتب فيه الدرجات أو فئات الدرجات فى العمود الأول .

٢ ـ يكتب تكرار الدرجات فى العمود الثانى .

٣ ـ يحسب التكرار المتجمع التصاعدى ويكتب فى العمود الثالث .

٤ ـ نحسب الترتيب المئينى أى عدد الدرجات التى لا بد من حسابها حتى المئينى المطلوب .

٥ ـ يحسب المئينى من المعادلة التاليه :

$$\text{المئينى} = ح_1 + \frac{\text{الترتيب المئينى} - \text{التكرار المتجمع للفئه السابقة لفئه المئينى}}{\text{تكرار فئه المئينى}} \times \text{سعة الفئة}$$

ويمكن حساب الترتيب المئينى باتباع الخطوات التالية :

١ - نبين عدد محرر الأفراد الحاصلين على كل درجة من الدرجات .

٢ - يحسب التكرار المتجمع التصاعدى .

٣ - نبين النسب المئوية لعدد الأفراد الحاصلين على درجات أقل من كل درجة وذلك بقسمة عدد الأفراد الحاصلين على درجات أقل من كل درجة على المجموع الكلى .

٤ - ترسم الخط البيانى للنسب المئوية للتكرار المتجمع التصاعدى .

٥ - من الرسم يمكن معرفة الترتيب المئينى لصاحب كل درجة .

فوائد المئينات والرتب المئينية :

( ) سهولة حسابها ، ويمكن فهمها بسهوله حتى من جانب الشخص الذى لم يتدرب تدريبا كافيا على تفسير المعايير المختلفة والافادة من نتائج الاختبارات .

(٢) الرتب المئينية تستخدم فى عمل معايير الاختبارات الخاصة بالاطفال والراشدين .

(٢) من الممكن جمع الرتب المئينية للحصول على المستوى التحصيلى العام .

(٤) من الممكن مقارنه مستويات التلاميذ كما تحدها هـــذه الرتب فى الاختبارات المختلفة .

عيوب المعايير المئينية :-

من أهم عيوب المعايير المئينية ما يلى .

١) عدم تساوى واحدات المعايير المئينية خصوصا عند طرفى التوزيع .

٢) تزداد حساسية المئينيات للفروق بين الدرجات حول المتوسط بينما تقل حساسيتها للفروق المتطرفة فى الاتجاهين الموجب والسالب .

٣) تعطى الدرجات المئينية صورة صادقه لمركز الفرد أو رتبته بين أفراد عينة التقنين ولكنها لا تبين مقدار الفرق بين درجته ودرجات الأفراد الآخرين.

٤) لا تصلح الدرجات المئينيه فى حساب المتوسط ومعامل الإرتباط وبعض المقاييس الإحصائية الأخرى لأن نتائج استخدامها تختلف عن نتائج المقاييس المئينية على الدرجات الخام .

٥) إن المعايير المئينية تحتاج إلى عينات تقنين تمثل كل نوع خاص من أنواع المواقف والجماعات وهذا يزيد من صعوبة المعيار المئينى على نطاق واسع .

(٤) الدرجات المعيارية

عرفنا من الفصل الرابع من هذا الكتاب كيفيه حساب الدرجات المعيارية من الدرجات الخام بمعلومية كل من المتوسط الحسابى والإنحراف المعيارى للدرجات الخام . وعرفنا أيضا أن الدرجة المعيارية تكون موجبة إذا كانت الدرجة الخام تزيد عن المتوسط أما إذا كانت مساوية للمتوسط فإن الدرجة المعيارية تكون مساوية للصفر . وتكون الدرجة المعيارية سالبة إذا كانت الدرجة الخام تقل عن المتوسط .

وكما سبق أن ذكرنا أن الدرجات المعيارية يمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

عيوب الدرجات المعيارية :

من عيوب الدرجات المعيارية ما يلى :

١ ـ كثرة درجاتها السالبة .

٢ ـ كبر وحده قياسها التى تساوى درجة معيارية واحدة على الأقل .

٣ ـ لا تصلح الدرجات المعيارية إلا إذا كانت الدرجات موزعة اعتداليا أو قريبة من التوزيع الإعتدالى ، أو إذا كان التوزيعان المطلوب مقارنتها لها نفس الإلتواء سالبا أو موجبا . ولا تصلح هذه الدرجات للمقارنة إذا كان التوزيع التكرارى لأحد الاختبارات أو بعضها ملتويا سالباً أو موجباً .

(الدرجات المعيارية التائية)

ولعلاج العيوب السابقة وذلك بالتخلص من الكسور والدرجات السالبة فإن قيم هذه الدرجات يمكن أن تعدل إذا ضربنا الدرجة المعيارية فى ١٠ وبذلك يصغر الإنحراف المعيارى للدرجات عشرة مرات .

وإذا اعتبرنا المتوسط ٥٠ وأضيفت قيمته إلى كل درجة بعد تصغير الانحراف المعيارى فإن الدرجات تتخلص من الإشارات السالبة والكسور وتسمى الدرجة المعيارية الناتجة بالدرجة التائية ويمكن حسابها من المعادلة التالية:

الدرجة التائية = ١٠ × الدرجة المعيارية + ٥٠

أى أن ت = ١٠ × ل + ٥٠

عيوب الدرجات المعيارية التائية :

من أهم عيوب استخدام الدرجات المعيارية فى المقارنة بين درجات اختبارين

هو أنه لا يمكن استخدامها إذا كان التوزيع التكرارى لأى من الاختبارين ملتويا إلتواء سالباً أو موجباً .

قياس درجات اختبار على درجات اختبار آخر :

يمكن مقارنة درجات اختبار بدرجات اختبار آخر إذا حولنا توزيع الدرجات على طول المقياس فى احدهما إلى صورة التوزيع الآخر ، ويعتمد هذا التحويل على متوسط الاختبارين وإنحرافها المعيارى .

ويمكن عمل هذا التحويل باستخدام المعادلة التالية :

$$د = \bar{س}_1 + \frac{ع_1}{ع_2} (س - \bar{س}_2)$$

حيث د = درجة الاختبار بعد قياس على الاختبار الآخر (الذى يسمى الاختبار المرجعى)

$\bar{س}_1$ = المتوسط الحسابى للاختبار المرجعى .

$ع_1$ = الانحراف المعيارت للاختبار المرجعى

$\bar{س}_2$ = المتوسط الحسابى للاختبار المراد تحويل درجاته

$ع_2$ = الانحراف المعيارى للاختبار المراد تحويل درجاته

س = الدرجة المراد تحويلها .

ثانيا : المعايير التى تعتمد على التوزيع التكرارى الاعتدالى

المعايير تعتمد على التوزيع التكرارى الاعتدالى المعيارى متعددة ومن هذه المعاتير ما يلى :

١ ـ المعيار التائى
٢ ـ المعيار الجيمى
٣ ـ السباعى المعيارى

وسيتناول الكاتب كل من هذه المعايير بإيجاز شديد .

أولا : المعيار التـائى[1] :

هو معيار يستخدم كثير فى عمل معايير الاختبارات النفسية والتحصيلية لأنه يتلافى كثير من عيوب معايير العمر والمئينيات والدرجات المعيارية ويعتمد هذا المعيار على المنحنى الاعتدالى المعيارى .

خطوات حساب الدرجات التائية :

١ ـ نحسب الدرجات المعيارية من الدرجات الخام كما سبق أن أوضحنا فى ص .

٢ ـ نحول الدرجات المعيارية إلى درجات تائية باستخدام المعادلة :

$$ت = ١٠ \times د + ٥٠$$

حيث ت هي الدرجة التائية

، د هي الدرجة المعيارية

ثانيا : المعيار الجيمى :

أنشأ هذه المقاييس جيلفورد وهو معيار انحرافه المعيارى (ع = ٢) ومتوسطه يساوى ٥ ويبدأ تدريجه من الصفر وينتهى عند ١٠ .

---

(١) هذا المعيار يعتمد على الدرجة التائية السابق ذكرها فى ص ١٢٠ من هذا الفصل .

طريقة حساب المعيار الجيمى

١ ـ نحسب الدرجات المعيارية كما سبق أن بينا « د (Z - Scores) »

٢ ـ نحسب الدرجة الجيمية من المعادلة :

الدرجة الجيمية = ٢ × الدرجة المعيارية + ٥

أى أن

حـ = ٢ د + ٥

٣ ـ يمكن حساب الدرجات الجيمية من الدرجات التائية وذلك باستخدام المعادلة :

الدرجة الجيمية = (الدرجة التائيه / ٥) — ٥

السباعى المعيارى :

وهو مقياس قام بتصميمه الدكتور فؤاد البهى السيد ويتكون من سبع درجات ويصلح لقياس مستويات الفروق الفردية ذات النطاق الضيق ويحسب السباعى المعيارى من المعادلة :

الدرجة المعيارية السباعية = ١ر٣٣ × الدرجة المعيارية + ٤

ويمكن حساب الدرجة السباعية من المعيار التائى باستخدام المعادلة التالية :

الدرجة المعيارية السباعية = ١ر٣٣ (ت / ١٠ — ٥) + ٤



الفصل السابع

الارتباط ـ الانحدار

Correlation and Regression

أولا : الارتباط الخطى

فائدته وكيفية حسابه :

إن الهدف الأساسى من العلم هو دراسة وتحليل العلاقة بين المتغيرات التى يتعامل معها . ففى العلوم الطبيعية والعلوم البيولوجية يمكن تحديد العلاقات بين المتغيرات بملاحظة مقدار تأثير التغير فى احداها على التغير فى آخر من تلك المتغيرات .

فعالم الطبيعة الذى يدرس العلاقة بين الضغط ودرجة الحرارة مثلا فإنه يقيس الضغط لكمية من الغاز فى درجات حرارة مختلفة . وفى العلوم الإنسانية والسلوكية فإن المتغيرات التى يقوم العلماء بدراستها تتعلق بخصائص الأفراد وعلى هذا فلدراسة العلاقات بين المتغيرات يقوم الباحث بتطبيق عدة مقاييس على عدد من الأفراد وعلى سبيل المثال إذا كان الباحث يريد دراسة العلاقة بين الطول والوزن لمجموعة من الأطفال عددها ن فإن عليه أن يعين ن من أزواج القياسات احداها تحدد الوزن والأخرى تحدد الطول لكل فرد من عينة الأطفال ومن هذه القياسات يمكن أن تحدد ما إذا كانت هناك علاقة بين الطول والوزن . فى هذه الحالة أنه من الضرورى أن تحدد شكل العلاقة بين المتغيرين فى صورة رياضية يمكن من خلالها التنبؤ بمثل هذه العلاقات يمكن التعبير عنها بأسم

التعبيرات الرياضية ص = أ س + ب حيث س ، ص يمثلان المتغيرات المستقل والتابع على التوالى . أ ، ب يمثلان معاملات ثابتة يمكن تعينها من نتائج الملاحظات أو تطبيق الاختبارات وصدق مدى التنبؤ الذى يمكن حسابه من المعادلة السابقة يمكن التعرف عليه ببعض الطرق العامة . أحد هذه الطرق هو حساب معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص ودرجة العلاقة بين المتغيرين طبقا لهذه الطريقة يعرف بمعامل الارتباط ويرمز له بالرمز « ر » . ومعامل الارتباط الذى نحصل عليه لا يخبرنا فقط بدرجة العلاقة بين متغيرين ولكن سيفيد أيضا بالاضافة إلى المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى فى اعطاء فرصة لكتابة معادلة خطية للتنبؤ بقيم ص من قيم س والعكس .

والمناقشة الحالية ستتركز على تحديد العلاقة بين متغيرات مثل الطول والوزن والقوة والعمر والذكاء والمستوى الاجتماعى والاقتصادى والاتجاهات أى أن هذه المناقشة ستركز على المتغيرات التى تبين مدى الاختلاف والتباين بين الأفراد .

حيث أن الارتباط هو مقياس للعلاقة ويمكن أن يوضح السببية فى وجود مثل هذه العلاقة أولا .

إذا كان أحد المتغيرات يتزايد كلما يتناقص المتغير الآخر يطلق على الارتباط أنه ارتباط سالب أما إذا كان أحد المتغيرين يزيد بزيادة الآخر فإن هذا الارتباط يسمى ارتباطا موجبا والقيمة القصوى للارتباط هى ± ١ فإذا كانت + ١ يكون هناك ارتباط موجب تام وإذا كان الارتباط - ١ فإن الارتباط فى هذه الحالة يكون ارتباط سالب تام .

تعريف معامل الارتباط : Correlation Coefficient

معامل الارتباط هو قياس احصائي يستخدم لبيان نوع العلاقة بين المتغيرات سواء كانت هذه العلاقة طردية أو عكسية .

طرق حساب معامل الارتباط :

توجد طرق متعددة لتعيين معامل الارتباط سنقوم بدراسة ٣ طرق منها هي طريقة العزوم وحساب معامل الارتباط من الدرجات الخام وطريقة الرتب .

أولا : حساب معامل الارتباط بطريقة العزوم (معامل ارتباط بيرسون) .

وفى هذه الطريقة يستخدم المعادلة الآتية لايجاد معامل الارتباط بطريقة العزوم .

$$ر = \frac{\text{مجـ ح س ح ص}}{\sqrt{\text{مجـ} (ح^2 \text{ س}) \times \text{مجـ} (ح^2 \text{ ص})}}$$

حيث $ح_{س}$ انحرافات الدرجات س عن متوسطها

$ح_{ص}$ انحرافات الدرجات ص عن متوسطها

مثـــال :

ما هو معامل الارتباط بين درجات ١٢ تلميذا فى اختبارين س ، ص .

التلميذ	الاختبار س	الاختبار ص	ح س	ح ص	ح س ح ص	ح٢ س	ح٢ ص
١	٧٣	٤٠	+١١	+١٠	+١١٠	١٢١	١٠٠
٢	٧١	٣٥	+٩	+٥	+٤٥	..١	٢٥
٣	٧٠	، ٣	+٨	+٣	+٢٤	٦٤	٩
٤	٦٧	٢٧	+٥	−٣	−١٥	٢٥	٩
٥	٦٤	٢٩	+٢	−١	−٢	٤	١
٦	٦١	٣١	−١	+١	−١	١	١
٧	٦١	٣٠	−١	صفر	صفر	١	صفر
٨	٦٠	٢٦	−٢	−٤	+٨	٤	١٦
٩	٥٨	٢٨	−٤	−٢	+٨	١٦	٤
١٠	٥٦	٣٤	−٦	+٤	−٢٤	٣٦	١٦
١١	٥٣	٢٥	−٩	−٥	+٤٥	٧١	٢٥
١٢	٥٠	٢٢	−١٢	−٨	+٩٦	١٤٤	٦٤

م س = ٦٢ ، م ص = ٣٠ مح ح س × ح ص = ٢٩٤

مح ح٢ س = ٥٧٨ مح ح٢ ص = ٢٧٠

خطـــوات الحساب :

(١) احسب متوسط الدرجات فى كل مجموعة من الدرجات م س ، م ص

(٢) احسب انحراف كل درجة عن متوسطها ، وهذه الانحرافات موضحة فى العمودين ح س ، ح ص حيث ح س = س − م س ، ح ص = ص − م ص

(٣) اضرب $ح_س \times ح_ص$ وأوجد $\text{مج} ح_س \times ح_ص$ مع مراعاة الاشارة .

(٤) أوجد مربع مجموع كل من الانحرافات $\text{مج} ح^2_س$ ، $\text{مج} ح^2_ص$

(٥) طبق المعادلة

$$ر = \frac{\text{مج} ح_س ح_ص}{\sqrt{\text{مج} (ح^2_س) \text{مج} (ح^2_ص)}} \quad \therefore ر \frac{٢٩٤}{\sqrt{٥٧٨ \times ٢٧٠}}$$

$$= \frac{٢٩٤}{\sqrt{١٥٦٠٦٠}} = \frac{٢٩٤}{٢٩٥} = ٠٫٧٤$$

ثانيا : حساب معامل الارتباط من الدرجات الخـــام :

$$ر = \frac{ن \text{ مج} س ص - \text{مج} س \times \text{مج} ص}{\sqrt{[ن \text{ مج} س^2 - (\text{مج} س)^2] [ن \text{ مج} ص^2 - (\text{مج} ص)^2]}}$$

ن = عـــدد الأفراد

مج س = مجموع درجات الاختبار الأول س

مج ص = مجموع درجات الاختبار الثانى ص

مج س ص = مجموع حاصل ضرب كل درجة من س فى الدرجة المقابـلة لها من ص

مج $س^2$ = مجموع مربع كل درجه من درجات الاختبار س

مج $ص^2$ = مجموع مربع كل درجة من درجات الاختبار ص

(مجـ س)^٢ = مربع مجموع درجات الاختبار س

(مجـ ص)^٢ = مربع مجموع درجات الاختبار ص

مثـــال : حل المثال السابق باستخدام المعادلة

ر = (ن مجـ س ص — مجـ س مجـ ص) ÷ √ [ن مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢] [ن مجـ ص^٢ - (مجـ ص)^٢]

خطـــوات الحـــل

(١) نوجد مجموع الدرجات فى كل من الاختبارين

مجـ س = ٧٤٤ ، مجـ ص = ٣٦٠

(٢) نضرب درجة كل تلميذ فى الاختبار س × درجته فى الاختبار ص للحصول على س ص

(٣) نوجد مجـ س ص = ٢٢٦١٤

(٤) نوجد مربع درجة كل تلميذ فى الاختبارين س، ص للحصول على س^٢ ، ص^٢ ثم نوجد مجـ س^٢ ، مجـ ص^٢

∴ مجـ س^٢ = ٤٦٧٠٦ ، مجـ ص^٢ = ١١٠٧٠

نطبق المعـــادلة السابقة

ر = (١٢ × ٢٢٦١٤ — ٧٤٤ × ٣٦٠) ÷ √ [١٢ × ٤٦٧٠٦ - (٧٤٤)^٢] [١٢ × ١١٠٧٠ - (٣٦٠)^٢]

= (٢٧١٣٦٨ — ٢٦٧٨٤٠) ÷ √ [٥٦٠٤٧٢ - ٥٥٣٥٣٦] [١٣٢٨٤٠ - ١٢٩٦٠٠]

$$= \frac{٣٥٢٨}{\sqrt{٦٩٣٦ \times ٣٢٤٠}} = \frac{٣٥٢٨}{٥٦ر٩ \times ٨٣ر٣}$$

$$= \frac{٣٥٢٨}{٧٤٣١} = ٠ر٧٤$$

ثالثا : حساب معامل الارتباط بطريقة الرتب

فى هذه الطريقة تستخدم المعادلة الآتية :

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ق^٢}{ن\ (ن^٢ - ١)}$$

حيث مج ق² مجموع مربعات الفروق بين رتب مجموعتين من القياسات ،
ن هي عدد القياسات .

مثال توضيحى

هذا المثال يوضح طريقة حساب معامل ارتباط الرتب

الافراد	س	ص	رتب س	رتب ص	ق	ق²
أ	٤	٦	٢	١	١	١
ب	٣	٥	٣	٢	١	١
حـ	٥	٤	١	٣	−٢	٤
د	١	٣	٥	٤	١	١
هـ	٢	٢	٤	٥	−١	١

$$\text{مج ق}^{2} = ٨$$

(١) حساب درجات الاختبار س وتضع أمام كل فرد ترتيبه في العمود رتب س وكذلك بالنسبة لدرجات الاختبار ص .

(٢) نطرح رتبة كل تلميذ في الاختبار ص من رتبته في الأختبـــار س ويوضع الناتج في العمود ق .

(٣) نربع فروق الرتب ونوضع في الخانة ق٢ ثم نجمع مربعات الفروق .

(٤) نطبق المعادلة : $\text{ر} = ١ - \dfrac{٦ \text{ مج ق}^{2}}{\text{ن} (\text{ن}^{2} - ١)}$

تطبيقات معامـــل الارتبـــاط

ثبات الاختبـــار Reliability

كما نعلم أنه يقال أن الاختبار ثابتا إذا أعطى درجات لا تختلف إلا قليلا عن الدرجات التي يعطيها عند إعادة استخدامه أو عند تطبيق صورة بديلة منه .

وقد تناولنا عدة طرق لتعيين ثبات الاختبار منها :

(١) إعادة تطبيق نفس الاختبار على نفس التلاميذ بعد فترة .

(٢) طريقة الصور المتكافئة .

(٣) التجزئة النصفية .

أولا : طريقة إعادة تطبيق الاختبار Test - Retest

لشرح هذه الطريقة سيقوم الكاتب بضرب مثال توضيحي لتعيين ثبات

مقياس من تصميمه لقياس اتجاهات تلاميذ المدارس الثانوية العـــامة نحو المدرسة .

وقد اختار الكاتب العبارات الآتية لقياس الاتجاهات المدرسية :

١ ـ التلاميذ لا يحبون الاشتراك فى الأنشطة المدرسية .

٢ ـ المدرسه مضيعة للوقت .

٣ ـ التلاميذ يحبون المدرسة .

٤ ـ اليوم المدرسى ممل .

٥ ـ الحصص المدرسية ممتعة للغاية

٦ ـ الحصص المدرسية كئيبة بعد الشىء .

٧ ـ من الضرورى أن يعمل التلاميذ بجد فى المدرسة .

٨ ـ وجود التلاميذ فى المدرسة يبعث على سعادتهم .

٩ ـ معظم الأصدقاء المقربين موجودون معى فى المدرسة .

١٠ ـ يضيق التلميذ بالذهاب إلى المدرسة .

١١ ـ معظم التلاميذ راضون عن درجاتهم التى يحصلون عليها فى المدرسة .

١٢ ـ الحضور إلى المدرسة فى الصباح ممتع للغاية .

١٣ ـ التلاميذ لا يشعرون بعـــدم الرضا عندما يتخلفون عن حضور المدرسة .

١٤ ـ الاشتراك فى الانشطة المدرسية هام للغاية .

ـــ وقد اختار الكاتب ١٠٤ تلميذا وتلميذه بطريقة عشوائية من تلاميذ وتلميذات الصف الأول الثانوى العام من مدرستين ثانويتين هما :

(١) المدرسة السعيدية الثانوية بالجيزة .

(٢) مدرسة الأورمان الثانوية للبنات بالجيزة .

وكان متوسط عمر هذه العينة هو ١٤،٨ سنة

— وقد أعطيت العبارات السابقة للتلاميذ والتلميذات المختارين عشوائيا وطلب من كل منهم أن يكتب رأيه في كل عبارة أما أن يقول موافق أو يقول غير موافق .

— ثم صحح الاختبار بعد أن تحدد إتجاه كل عبارة فالعبارة الموجبة (أى التى تقيس اتجاه موجب نحو المدرسة مثل « الحصص المدرسية ممتعة » تعطى درجتين أما العبارة السالبة (أى التى تقيس اتجاه سالب نحو المدرسة) مثل « اليوم المدرسى ممل » تعطى درجة واحدة عند تصحيح إستجابات التلاميذ.

— أعيد تطبيق هذا المقياس على نفس العينة السابقة بعد ٣ أسابيع من التطبيق الأول وقدرت درجات كل تلميذ بنفس الطريقة السابقة .

— قام الباحث بحساب معامل الارتباط بين درجات التلاميذ فى الاختبار الأول ـ ودرجاتهم فى الاختبار الثانى وكان معـامل الارتباط هو ٠،٩٣ أى أن هذا الاختبار يعتبر عالى الثبات .

ثانيا : طريقة التجزئة النصفية Split - Half

وفى هذه الطريقة قام الكاتب بتنصيف الاختبار إلى نصفين بالأرقام الفردية (١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣) كجزء أول والأرقام الزوجية (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤) كجزء ثان وقد وجـد أن معامل الارتباط بين النصفين بطريقة سيبرمان بروان هو ٠،٩٧

وهذا أيضا يبين أن الاختبار له درجة عالية من الثبات .

صـــدق الاختبار Validity

قد أوضحنا أن صدق الاختبار هو صحة ودقة مايدعى أنه يقيسه ويجب علينا أن نفرق بوضوح بين ثبـــات الاختبار وصدقه فالساعة التى تخطىء باستمرار فى تعيين الوقت بزيادة ٥ دقائق تعتبر موثوقا بها أو ثابته من حيث أنها متسعة فى خطئها ، حيث أنها تسجل الأوقات أكبر مما هي بخمس دقائق دائما . ولكن هذه الساعة ليست صادقة حيث أنها لا تسجل الأوقات بصدق .

ويقاس صـدق الاختبار بتعيين الارتباط بين الدرجات التى حصل عليها التلاميذ فيه والدرجات التى حصل عليها نفس التلاميذ فى معيار آخر مستقل لما يقيسه الاختبار وفى مثالنا السابق عندما أراد الكاتب تعيين صدق المقياس بطريقة استخدام محك خارجى كما أوضحنا والذى يطلق عليه الصدق التلازمى وحيث أنه لا يوجد مقياس آخر ثابت وصادق لقياس اتجاهات التلاميذ نحو المدرسة فقـــد قام الباحث بسؤال كل المدرسين الذين يدرسون لهم فى المدرسة وطلب منهم ترتيب التلاميذ حسب حبهم للمدرسة وتفاعلهم معه ومع زملائهم وكذلك درجات تحصيلهم المدرسى .

ثم قام بحساب معامل الارتباط بين ترتيبات المدرسين لهم ودرجاتهم فى المقياس فكان معامل الارتباط هو ٠,٦٩ وهو معامل ارتباط دال إحصائيا .

الاتساق الداخلى : Internal coneistency

قام الـكاتب بحساب الاتساق الداخلى لمقياس الاتجاهات المدرسية بحساب معامل الارتباط Corr, Coeff, بين كل عبارة والعبارات الأخرى فكانت النتيجة كما فى المصفوفة الآتية :

١ — ١

٢ — ١٫٥٩

٣ — ١٫٦٣٫٥٦

٤ — ١٫٦٣٫٦٢،٥٢

٥ — ١٫٥٥٫٦١٫٦٢٫٦٦

٦ — ١٫٥٠٫٥٦٫٦١٫٥٧٫٦٠

٧ — ١،٥٧٫٦٦٫٦٤٫٧٠٫٦٠٫٥٢

٨ — ١،٥٥،٦٧٫٥٩،٥١٫٧٧٫٥٤٫٦١

٩ — ١،٤٤٫٦٠٫٥٠،٥٢،٤٠،٥٠٫٤٨٫٥٨

١٠ — ١٫٥٢٫٥٤٫٤٥،٦٠٫٦٣٫٤٤٫٥٢٫٤٨٫٥٩

١١ — ١٫٥٠،٦٣٫٦٢٫٤٦٫٤٢،٤٨٫٥٧،٦٤٫٦٣٫٠٢

١٢ — ١٫٧٤٫٥٥ ٫٦٢٫٦٤٫٥٦٫٧٠،٦٢٫٨٠٫٧٣،٦٢ ٤٣

١٣ — ١٫٦٢،٦٣٫٦١٫٦٠٫٥٢،٥٠٫٦٠٫٦٤،٦٢٫٧٢٫٦٠٫٤٥

١٤ — ١٫ ٦٧٫٤٢،٧٣٫٧٢٫٧ ٫٦٤٫٥٢٫٥٠٫٥١٫٥٣٫٤٤٫٦٠٫٧٢

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤

رقم العبارة

وكانت معاملات ارتباط كل عبارة والاختبار كله هي كالآتي :

٠٫٨١ ، ٠٫٧٦ ، ٠٫٨١ ، ٠٫٨٠ ، ٠٫٨٦ ، ٠٫٨١ ، ٠٫٧٦ ، ٠٫٨٢ ، ٠٫٨١

٠٫٧٢ ، ٠٫٧٣ ، ٠٫٨٤ ، ٠٫٧٠ ، ٠٫٧٠ ، ٠٫٦٦

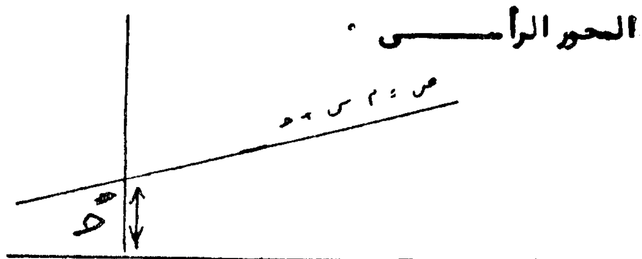
الانحدار الخطى : « Lenear Regression »

مقـــدمه :

أولا : معادله الخط المستقيم وطريقة رسمه وتعيين ميله :

تعـلم أن معادلة الخط المستقيم يمـكن أن تمثل بالمعادلة ص = م س + حـ حيث م هو ميل الخط المستقيم على المحور الأفقى ، حـ هى طول الجزء المقطوع من المحور الرأسى .

المستقيم على المحور الافقى ، جـ هى طول الجزء المقطوع مـــن المحور الرأســـى .



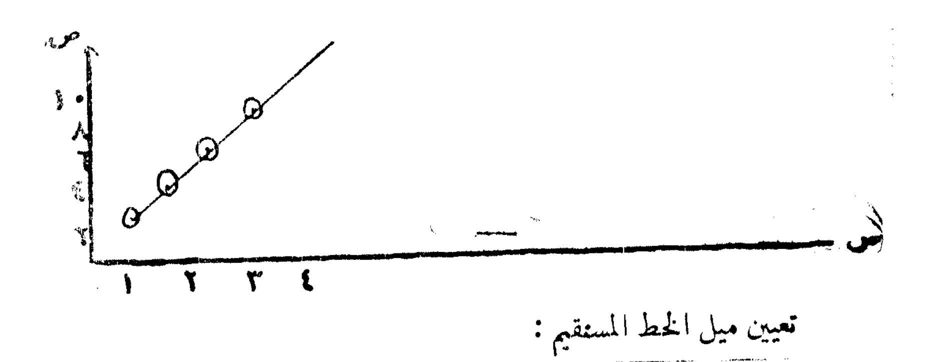
مثـــال :

أرسم الخط المستقيم الذى معادلته هي ص = ٢ س + ١

الحـــل :

لرسم الخط المستقيم الذى تمثلة المعادلة ص = ٢ س + ١ فاننا نفترض قيم لـ س ثم توجد قيم ص المناظرة لها .

س	١	٢	٣	٤
ص	٣	٥	٧	٩



تعيين ميل الخط المستقيم :

(١) إذا علمت نقطتين عليه :

إذا كانت النقطتين ($س_1$ ، $ص_1$) ، ($س_2$ ، $ص_2$) واقعتين على الخط المستقيم

ص = م س + حـ فان

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{(س_2 - س_1)}$$

ففى المثال السابق يمكن حساب ميل الخط المستقيم من النقطتين (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) الواقعتين عليه

$$\therefore م = \frac{٥ - ٣}{٢ - ١} = \frac{٢}{١} = ٢$$

(٢) يمكن حساب الميل من المعادلة العامة للخط المستقيم إذا كانت على الصورة أ س + ب ص + حـ = ٠ فى هذه الحالة يمكن حساب الميل كما يلي :

$$الميل = \frac{- معامل\ س}{معامل\ ص} = \frac{- أ}{ب}$$

الشروط الأساسية لاستخدام الانحـــدار الخطى فى التنبؤ بالظواهر النفسية :

يمـكن تلخيص الشروط الأساسيه الواجب توافرها فى المتغيرات حتى يمكن استخدام الانحدار الخطى فى التنبؤ بها كما يلى :

١ ـ المتغيرات المستقلة يجب أن تـكون مرتبطة بعلاقة خطيه مع المتغير التابع .

٢ ـ تأثيرات المتغيرات المستقلة يمكن جمعها معا لتنتج مقدار التنبؤ بالمتغير التابع .

٣ ـ المتغيرات المستقلة ليست مترابطة فيما بينها .

٤ ـ كل المتغيرات هى متغيرات متصلة .

هذا وهناك عدة شروط إضافية أخرى تفيد الباحث إذا كان مهتما بإجراء إختبارات إحصائية لفروض خاصة لعينة عشوائية مأخوذة من مجتمع أفراد وهي :

٥ ـ المتغير التابع يوزع توزيعا أعتداليا خلال مستويات المتغيرات المستقلة كل على انفراد و كلهم مجتمعين .

٦ ـ تباين المتغير التابع متساو خلال مستويات المتغيرات المستقلة

٧ ـ فئة المتغيرات المستقلة والتابعة ينبغى أن تكون متضمنة كل المتغيرات الرئيسية المؤثرة على المتغيرات التابعة .

٨ ـ المقاييس المستخدمة ينبغى أن تكون ثابتة وصادقة بدرجة عالية .

ثانيا : معادلة الانحدار الخطى :

هي معادلة خط مستقيم ولكن الارتباط بين متغيريه ليس إرتباطا تاما كما فى المعادلات السابقة لأن الارتباط التام نادر الحدوث فى الحيـاة العملية وفى كثير من الحالات يكون الاتجاه العام خطى ولـكن النقط جميعها لا تقع على خط مستقيم . والخط المستقيم الذى يتوسط هذه النقط يقال أنه خط الإنحدار .

والمعادلة التي تمثل أ خط الإنحدار ص على س تكتب كالآتى :

ص َ = أ + ب س

قيمة ب فى هـذه المعادلة يقال أنها معامل الإنحدار ، ص َ هي قيمة ص التى يمـكن الحصول عليها من خط الإنحدار ويقال عنها بأنها القيمة المتوقعة للمتغير ص .

فإذا كانت ص َ هي القيمة المتوقعة (أو التى يمـكن التنبؤ بقيمتها) فانه يوجد خطأ فى التقدير أو التوقع قيمته هى (ص ـ ص َ) = [ص ـ (أ + ب س)] ولكى نقلل الخطأ فى التقدير فإننا نوجد قيمتى كل من أ ، ب لجميع القيم التى تجعل مجموع مربعات أخطـاء التوقع فى نهايتها الصغرى أى نحاول أن تكون :

مجـ (ص ـ ص َ)^{2} = مجـ [ص ـ (أ + ب س)^{2} فى نهايتها الصغرى .

وقد تم حساب كل من أ ، ب رياضيا والتى تقلل أخطاء التقدير فى صورتها النهائية كما يأتى :

$$ب = \frac{ن \text{ مجـ } س \text{ } ص - \text{مجـ } س \times \text{ مجـ } ص}{ن \text{ مجـ } س^{2} - (\text{مجـ } س)^{2}}$$

، أ = (ص َ — ب س َ)　　　　　(٢)

حيث س َ ، ص َ هما الوسط الحسابى لكل من س ، ص على الترتيب

نلاحظ من المعادلة (١) أن المقام عبارة عن مجموع الإنحدار للمتغير س عن وسطه الحسابى س َ وتكون هذه القيمة = مجـ س٢ ، والبسط عبارة عن مجموع حاصل ضـــرب انحرافات كل من س ، ص عن وسطها الحسابى س َ ، ص َ وعلى ذلك تكون ب هى

$$ب = \frac{ن \text{ مجـ } س ص - \text{مجـ } س \times \text{مجـ } ص}{\text{مجـ } س^2 - (\text{مجـ } س)^2}$$

مثـــال :

أوجد معادلة خط الإنحدار من البيانات التالية :

س	١	٣	٥	٧	٩	١٠	١٣	١٥
ص	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧

الحل

س	ص	س س − سَ	ص ص − صَ	س.ص	س^٢
١	١٤	− ٧	٣٫٥	— ٢٤٫٥	٤٩
٣	١٣	− ٥	٢٫٥	— ١٢٫٥	٢٥
٥	١٢	− ٣	١٫٥	— ٤٫٥	٩
٧	١١	− ١	+ ٠٫٥	— ٫٥	١
٩	١٠	١	— ٠٫٥	— ٫٥	١
١١	٩	٣	— ١٫٥	— ٤٫٥	٩
١٣	٨	٥	— ٢٫٥	— ١٢٫٥	٢٥
١٥	٧	٧	— ٣٫٥	— ٢٤٫٥	٤٩
سَ = ٨	صَ = ١٠٫٥			— ٨٤	١٦٨

س = س — سَ

ص = ص — صَ

∴ ب = (مجـ س ص) / (مجـ س^٢) = (— ٨٤) / (١٦٨) = — ٫٥

أ = صَ — ب سَ

= ١٠٫٥ — (—٠٫٥) × ٨ = ١٠٫٥ + ٤ = ٤٫٥

∴ معادلة الانحدار هي

صَ = أ + ب س

= ١٤٫٠٥ + (− ٠٫٠٥) س

صَ = ١٤٫٠٥ − ٠٫٠٥ س

تمارين

أوجد معادلة خط الإنحدار من البيانات التالية :

(١)

س	١٣	١٢	٨	١٠	١١	١٥	٧	٩	٦	٤
ص	٨	١٠	١٨	١٤	١٢	٤	٢٠	١٦	٢٢	٦

(٢)

س	٦٨	٧٠	٦٨	٦٦	٧٥	٧٠	٦٩	٦٥
ص	٢٠	٢٣	٢٥	١٥	٢١	٢٢	١٩	١٩

(٣)

س	٧٠	٦٧	٧١	٧٤	٦٣	٧١	٧٢
ص	٢٤	٢٠	٢١	٢٦	١٨	٢٢	٢٠

أمثلة محلولة :

١ ـ الجدول الآتي يبين علاقة بين متغيرين س ، ص

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ص	٥٤	٦٣	٧٤	٩٠	١١٢	١١٤	١٩٠

أحسب معامل الارتباط بين س ، ص وأوجد معادلة الانحدار بفرض أنه خط مستقيم .

الحـــل

س	ص	س^٢	ص^٢	س ص
١	٥٤	١	٢٩١٦	٥٤
٢	٦٣	٤	٣٩٦٩	١٢٦
٣	٧٤	٩	٥٤٧٦	٢٢٢
٤	٩٠	١٦	٨١٠٠	٣٦٠
٥	١١٢	٢٥	٢٥٤٤	٥٦٠
٦	١١٤	٣٦	١٢٩٩٦	٦٨٤
٧	١٩٠	٤٩	٣٦١٠٠	١٣٣٠
٢٨	٦٩٧	١٤٠	٨٢١٠١	٣٣٣٦

∵ معامل الارتباط (ر) = ن مجـ س ص ـ مجـ س . مجـ ص ÷ √[ن مجـ س^٢ ـ (مجـ س)^٢][ن مجـ ص^٢ ـ (مجـ ص)^٢]

ر = ٧ × ٣٣٣٦ ـ ٢٨ × ٦٩٧ ÷ √[٧ × ١٤٠ ـ (٢٨)^٢] [٧ × ٨٢١٠١ ـ (٦٩٧)^٢]

= + ٠٫٩٩٢

أما معادلة انحدار ص على س وبفرض أنه خـــط مستقيم على الصورة

ص = أ + ب س

حيث ب = $\frac{\text{ن مج س ص — مج س × مج ص}}{\text{ن مج س}^2 \text{ — (مج س)}^2}$

وحيث أن ا = صَ — بسَ

∴ ب = $\frac{٧ \times ٣٣٣٦ - ٢٨ \times ٦٩٧}{٧ \times ١٤٠ - (٢٨)^2}$ = ١٩٫٥٧

صَ = $\frac{\text{مج ص}}{\text{ن}}$ = $\frac{٦٩٧}{٧}$ = ٩٩٫٦

سَ = $\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$ = $\frac{٢٨}{٧}$ = ٤

∴ أ = ٩٩٫٦ — ١٩٫٥٧ × ٤ = ٢١٫٣٢

∴ معادلة الإنحدار هي ص = ٢١٫٣٢ + ١٩٫٥٧ س

٢ — من البيانات التالية أوجد معامل الإرتباط وكذلك معامل إنحدار ص على س ومعادلة إنحدار س على ص

س	٢٩	٣٨	٤٦	٥٤	٦٢	٧٠	٧٩	٩٧
ص	٤	٦	٦	٨	٨	١١	١٤	١٦

الحـــل

س	ص	$س^٢$	$ص^٢$	س ص
٢٩	٤	٨٤١	١٦	١١٦
٣٨	٦	١٤٤٤	٣٦	٢٢٨
٤٦	٦	٢١١٦	٣٦	٢٧٦
٥٤	٨	٢٩١٦	٦٤	٤٣٢
٦٢	٨	٣٢٨٤	٦٤	٤٦٩
٧٠	١١	٤٩٠٠	١٢١	٧٧٠
٧٩	١٤	٦٢٤١	١٩٦	١١٠٦
٩٧	١٦	٤٩٠٩	٢٥٦	١٥٥٢
٤٧٥	٧٣	٣ ٧١١	٧٨٩	؛٩٧٦

$$\therefore \text{ر} = \frac{٨ \times ٤٩٧٦ - ٤٧٥ \times ٧٣}{\sqrt{[٨ \times ٣١٧١١ - (٤٧٥)^٢][٨ \times ٧٨٩ - (٧٣)^٢]}}$$

= ٠ر٩٨

معادلة انحدار ص على س تكتب على الصورة

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب س}$$

$$\text{وحيث أن ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^٢ - (\text{مجـ س})^٢}$$

$$\text{، أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب} \; \bar{\text{س}}$$

$$\therefore \text{ب} = \frac{\text{٨} \times \text{٤٩٧٦} - \text{٤٧٥} \times \text{٧٣}}{\text{٨} \times \text{٣١٧١١} - (\text{٧٤٥})^{2}}$$

= ٠ر١٨٣

$$\text{سَ} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{\text{٤٧٥}}{\text{٨}} = \text{٥٩ر٣٧٥}$$

$$\text{صَ} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} = \frac{\text{٧٣}}{\text{٨}} = \text{٩ر١٢٥}$$

∴ أ = ٩ر١٢٥ — ٠ر١٨٣ × ٥٩ر٣٧٥ = —١ر٧٤

∴ ص = —١ر٧٤١ + ٠ر١٨٣ س

ونفرض أن معادلة إنحـــدار س على ص هي

س = هـ + و ص

$$\text{حيث و} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ ص}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}}$$

هـ = سَ — وصَ

∴ هـ = ٥٩ر٣٧٥ — ٥ر٢٢١ × ٩ر٢٥ = ١١ر٧٣٣

∴ س = ١١ر٧٣٣ + ٥ر٢٢٢ ص

أحسب معامل ارتباط الرتب (سبيرمان) بين س ، ص المبينة بالجدول التـــالى :

س	٦	٨	٩	٤	٦	٨	٩	٦	٤
ص	٥	٤	٦	٧	٣	٤	٦	٧	٤	٣

الحـــل

$$\therefore ر = ١ - \frac{٦ \text{مجـ} ق^٢}{ن(ن^٢ - ١)} \quad (١)$$

حيث ق الفرق بين رتبة س ورتبة ص

س	ص	رتبة س	رتبة ص	الفرق (ق)	$ق^٢$
٦	٥	٥	٥	صفر	صفر
٦	٤	٥	٦	١−	١
٨	٦	٣	٣	صفر	صفر
٩	٧	١	١	٠	صفر
٤	٣	٩	٩	٠	صفر
٦	٤	٥	٦	١−	١
٨	٦	٣	٣	٠	صفر
٩	٧	١	١	٠	صفر
٦	٤	٥	٦	١−	١
٤	٣	٩	٩	٠	صفر
				صفر	٣

مجـ $ق^٢$ = ٣ وبالتعويض فى المعادلة (١)

$$\therefore \text{س} = 1 - \frac{6 \times 3}{10 (100 - 1)} = 0.982$$

٤ ـ أوجد معادلة انحدار ص على س ، س على ص من الجدول الآتى :

س	٧	٧	٦	١٥	٩	١٦
ص	٢	٢	٣	٩	٥	٩

الاجابة :

س	ص	س^٢	ص^٢	س ص
٧	٢	٤٩	٤	١٤
٧	٢	٤٩	٤	١٤
٦	٣	٣٦	٩	١٨
١٥	٩	٢٢٥	٨١	١٣٥
٩	٥	٨١	٢٥	٤٥
١٦	٩	٢٥٦	٨١	١٤٤
٦٠	٣٠	٦٩٦	٢٠٤	٣٧٠

انحـــدار ص على س

ص = أ + ب س

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س مج ص}}{\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2}$$

$$= \frac{\text{٦} \times \text{٣٧٠} - \text{٦٠} \times \text{٣٠}}{\text{٦} \times \text{٦٩٦} - (\text{٦٠})^{2}}$$

= ٠ر٧٣

أ = صَ − ب سَ

صَ = ٣٠ ÷ ٦ = ٥ ، سَ = ٦٠ ÷ ٦ = ١٠

أ = ٥ − ٠ر٧٣ × ١٠ = −٢ر٣

∴ ص = −٢ر٣ + ٠ر٧٣ س

انحدار س على ص :

س = هـ + د ص

$$\text{د} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^{2} - (\text{مجـ ص})^{2}}$$

$$= \frac{\text{٦} \times \text{٣٧٠} - \text{٦٠} \times \text{٣٠}}{\text{٦} \times \text{٢٠٤} - (\text{٣٠})^{2}}$$

= ١ر٣

هـ = سَ − ب صَ

= ١٠ − ١ر٣ × ٥

= ٣ر٥

س = ٣ر٥ − ١ر٣ ص

تمـارين عامـة

(١) الجدول التالى يبين درجات ١٢ تلميذاً من تلاميذ أحـد المدارس فى مادتى الحساب واللغة العربية :

درجات الحساب س	٥٠	٣٠	٥٦	٧٣	٧١	٧٠	٦٧	٦٤	٦١	٦١	٦٠	٥٨
درجات اللغة العربية ص	٣٢	٢٥	٣٤	٤٠	٧٥	٣٣	٢٧	٢٩	٣١	٣٠	٢٦	٢٨

أوجـــد :

أولا : معامل الارتباط بين درجات التلاميذ فى الحساب واللغة العربية .

ثانياً : معامل إنحدار درجات إختبار اللغـة العربية على درجات إختبار الحساب .

(٢) أوجد معامل الارتباط من البيانات التالية :

س	٧	٦	١٢	٩	١٢	١٣	١٧	٨
ص	٨	٥	١٣	٧	١٦	١١	٢٠	٦

ثم أوجد إنحدار درجات س على درجات ص

(٣) الجدول التالى يبين درجات مجموعة من التلاميذ عددها ٨ فى إختبارين للذكاء س ، ص .

درجات الاختبار س	١٢٠	١١٢	١١٠	١٠١	١١٠	٩٧	٩٩	١٢٨
درجات الاختبار ص	١١٠	١١٨	١٠٠	٩٨	١٠٠	٩٦	١٠٦	١٣٠

أوجـــد :

<u>أولا</u> : معامل الارتباط بين درجات التلاميذ فى الاختبارين .

<u>ثانياً</u> : معادلة إنحدار درجات س على درجات ص

الفصل الثامن

الدلالة الاحصائية

Stabislical Signeficonce,

أن الدلالة الإحصائية تهدف إلى الكشف عن مـــدى إقتراب المقاييس الإحصائية للعينات من المقاييس الإحصائية للمجتمع الأصل ولذلك فإن الثقة تزداد فى مقاييس العينة كلما إقتربت من أصلها . أى أن ثقتنا فى مقاييس العينة تزداد كلما كان إنحرافها عن مقاييس الأصل صغيراً .

وتستخدم فى قياس هذا الإنحراف الخطأ المعيارى Stanbarb Error الذى يدل على مدى الخطأ المحتمل لتلك المقاييس فى إبتعادها أو إقترابها من مقاييس المجتمع الأصلى . كما يستخدم أيضا الإنحراف المعيارى الذى يعتبر من أهم مقاييس التشتت .

الخطأ المعيارى فى المتوسط العينة :

يقدر الخطأ المعيارى لمتوسط العينة العشوائية الواحدة وذلك بأخذ الجذر التربيعى لتباين المتوسط ويكون حساب الخطأ المعيارى من إحدى العلاقتين التـاليتين .

$$\text{الخطأ المعيارى} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}} \qquad (١)$$

حيث ع = الانحراف المعيارى للعينة

، ن = عدد أفـــراد العينـــة

أو الخطأ المعيارى $= \sqrt{\frac{مجـ ح^2}{ن^2}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

حيث مجـ ح = مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط

، ن = عـــدد أفـــراد العينـــة

فإذا أخـــذت عينة عشوائية من ١٠٠ طالب وحسبنا الوسط الحسابى لنسب ذكائهم فكان ١١٥ والإنحراف المعيارى ٢٥ و ٢٦ على الترتيب فيمكن حساب الخطأ المعيارى كما يلى :

∴ الخطـأ المعيارى $= \frac{ع}{ن}$ ∴ الخطأ المعيارى $= \frac{٢٦٫٢٥}{\sqrt{١٠٠}}$

∴ الخطـأ المعيارى = ٢٫٦٢٥

الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطات :

أولا : المتوسطات المرتبطة :

الخطأ المعيارى للفروق بين المتوسطين =

$$\sqrt{ع^2_{س_1} + ع^2_{س_2} - ٢ ر \times ع_{س_1} \times ع_{س_2}}$$

$ع_{س_2}$ = الخطأ المعيارى لمتوسط العينة الثانى

$ع_{س_1}$ = الخطأ المعيارى لمتوسط العينة الأولى

ر = معامل الإرتباط بين درجات العينتين

ويمكن كتابة المعادلة السابقة كالآتى :

الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين المرتبطين =

$$\sqrt{ع^2_{س_1} + ع^2_{س_2} - ٢ ر \times ع_{س_1} \times ع_{س_2}}$$

ثانيا : الخطأ المعيارى لفروق المتوسطات غير المرتبطة :

إذا كانت المتوسطات محسوبة لعينتين مختلفتين كدرجات إختبار مادة الرياضيات فى فصلين مختلفين بأحد المدارس الثانوية العامة فإن الإرتباط بين درجات الطلبة لا يمكن حسابه لأن هذا الإرتباط يعتمد على مقارنة درجات كل طالب فى كل مرة تختبره بدرجاته فى المرة الأخرى التى تلى هذا الاختبار .

ويمكن إعتبار س = ٠ فى هذه الحالة

∴ الخطأ المعيارى للمتوسطين المرتبطين =

$$\sqrt{ع^2_{س_1} + ع^2_{س_2} - ٢ ر \times ع_{س_1} \times ع_{س_2}}$$

بالتعويض بقيمة ر = ٠

∴ الخطأ المعيارى للمتوسطين المرتبطين = $\sqrt{ع^2_{س_1} + ع^2_{س_2}}$

النسبة الحرجة :

ولحساب دلالة لفرق بين المتوسطين قـــد نستخدم نسبة تسمى النسبة الحرجة في حساب مستوى الدلالة ويمكن حساب هـــذه النسبة من المعادلة الآتيـــة :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{فرق المتوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى لفرق المتوسطين}}$$

وإذا كان متوسط العينة مرتبطين فإن الخطـــأ المعيارى للفرق بين

المتوسطين $= \sqrt{\text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_1} + \text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_2} - 2\,\text{ر} \times \text{ع}_{\bar{\text{س}}_1} \times \text{ع}_{\bar{\text{س}}_2}}$

حيث $\bar{\text{س}}_1$ ، $\bar{\text{س}}_2$ هي متوسط درجات أفراد المجموعتين ، $\text{ع}_{\bar{\text{س}}_1}$ ، $\text{ع}_{\bar{\text{س}}_2}$ هي الخطآن المعياريان للوسطين السابقين س معامل إرتباط درجات أفراد العينة الأولى بدرجات العينة الثانية .

∴ النسبة الحرجة للمتوسطين المرتبطين =

$$\frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\sqrt{\text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_1} + \text{ع}^2_{\bar{\text{س}}_2} - 2\,\text{ر} \times \text{ع}_{\bar{\text{س}}_1} \times \text{ع}_{\bar{\text{س}}_2}}}$$

مثـــال :

إذا كان متوسط درجات مجموعتين مختلفتين من طلاب مدرستين من المدارس الثانوية بمدينة الاسكندرية فى الذكاء هي : متوسط ذكاء المجموعة الأولى = ١٠٩

وانحرافه المعيارى هو ١٧ر٨ ومتوسط ذكاء المجموعة الثانية هو ١١٣ وانحرافه المعيارى ١٦ر٨ فأوجد النسبة الحرجة .

الحـــل

∴ المجموعتين غير مرتبطين

$$\therefore \text{النسبة الحرجة} = \frac{\bar{\text{س}}_{٢} - \bar{\text{س}}_{١}}{\text{ع}_{\bar{\text{س}}_{٢} - \bar{\text{س}}_{١}}}$$

$$\therefore \text{النسبة الحرجة} = \frac{١١٣ - ١٠٩}{\sqrt{(١٧ر٢)^{٢} + (١٦ر٨)^{٢}}}$$

$$= ١ر٤٥$$

إختبارت المتوسطات

The « t » test for Means

مقدمـــة :

أننا قـد نحصل على عدد من الملاحظات وليكن ن فى أعمال البحوث والدراسات التجريبية التى تقوم بها فى مجال علم النفس ، وقد تعتبر هذا العدد من الملاحظات مأخوذ من عينة عشوائية ومأخوذه مستقلة كل منها عن الأخرى وأن تكون كل الملاحظات مأخوذة لأفراد من نفس المجتمع ولكن تباين هذه العينة غير معلوم بصفة عامة .

وحيث أننا نعلم أن تباين العينة هو

$$ع^{2} = \frac{مج\ (س - \bar{س})^{2}}{ن - ١}$$

وهنا يجدر بنا الإشارة إلى مفهوم آخر هو درجات الحرية وعدد درجات الحرية الذى يساعد فى تحديد تباين العينة وقيمة درجات الحرية لعينة عدد أفرادها ن هو (ن — ١) .

وبحساب مجموع المربعات (س — $\bar{س}$)^{2} وقسمته على عدد درجات الحرية فانه يعطى تقديراً لتباين العينة وتباين المتوسطات لعينة عشوائية عدد أفرادها ن نعطى من هذه المعادلة .

$$ع_{\bar{س}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

الشروط الأساسية الواجب توافرها لإستخدام إختبار (ت)

هناك عدة شروط أساسية يجب على الباحث أن يتحقق منها فى متغيرات بحثه قبل أن يستخدم إختبار « ت » وإلا فان النتائج التى يتوصل إليها الباحث لن تكون حقيقة .

ولذلك فإن على الباحث أن يدرس متغيراته من النواحى التاليـــة : حجم العينة ـ الفرق بين حجم عينتين ـ مدى تجانس العينة ـ مدى إعتدالية التوزيع التكرارى من عينتى البحث .

(١) حجم كل عينة :

حيث أن إختبار « ت » يصلح للعينات الصغيرة ن ≥ ٥٠ فأنه يصلح أيضا للعينات الكبيرة والتى تصل فى بعض الأحيان إلى ١٠٠٠٠ أو أكبر من ذلك بكثير وحتى ما لانهاية (∞) .

(٢) الفرق بين عينتى البحث :

يجب ألا يكون الفرق بين عينتى البحث كبيرا جدا لأن حجم العينة يؤثر على مستوى دلالة « ت » وذلك لأن مستوى الدلالة تتأثر إلى حد كبير بدرجات الحرية .

(٣) مدى تجانس العينتين .

والتجانس هنا يقاس بمدى الفرق بين تباين العينتين ولا يقاس هذا الفرق بطرح التباين الأصغر من التباين الأكبر ولكن يقاس بقسم التباين الأكبر على التباين الأصغر والنسبة الناتجة من القسمة تسمى النسبة الفائية .

$$ف = \frac{\text{التباين الاكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$$

حيث $ع^2$ هي التباين ، $ع_1^2 > ع_2^2$

العينة تكون متجانسة تماما إذا كانت ف = ١ وتعتبر العينة متجانسه إذا كانت قيمة ف غير دالة إحصائيا .

(٤) يجب أن تكون التوزيعين التكرارين للعينتين إعتداليان :

معنى الإعتدالية هنا هو التحرير من الالتواء السالب أو الموجب والتوزيع الاعتدالى هو التوزيع الخالى من الالتواء ، ويمتد الالتواء من — ٣ إلى + ٣ الذى يقاس بالمقياس التالى ·

$$\text{الالتواء} = \frac{\text{٣ (المتوسط — الوسيط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

توزيع «ت» The « t » Distribution

إفترض أن م هي متوسط مجتمع الاصل وأن سَ هي متوسط العينة .

$$\therefore ت = \frac{سَ — م}{ع}$$ حيث ع هو الانحراف المعيارى للمتوسط .

وهذه القيمة لها توزيع معروف تسمى توزيع «ت» ويحسب مستوى دلالة قيمة « ت » من الجدول الملحق بملاحق الكتاب

اختبار الفرض الخاص بمتوسط المجتمع (م)

إذا فرضنا أننا حصلنا على عـدد من الملاحظات ن = ١٧ ملاحظة وأن متوسط العينة كان ١٢ر٧ وإذا فرضنا أيضا أن الخطأ المعيارى للمتوسط الذى يعطى من العلاقة $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$ هو ٠٠ر١ ونفرض أننا لا نعـــرف متوسط المجتمع الأصل ولكننا سنفترض أنه تساوى ٥ إذاً م = ٥

$$\therefore ت = \frac{سَ - م}{ع}$$

$$= \frac{١٢ر٧ - ٠٠ر٥}{١ر٠} = ١٢ر٢$$

الفـــرق بين متوسطين Difference Between Two Means

أولا : إذا كانت المجموعتين مستقلتين :

عند اختبـار عينه عشوائية $ن_١$ من مجتمع متوسطه $سَ_١$ وإذا كان تباين المجتمع هو $ع^٢_١$ وتباين المتوسط $سَ_١ = \frac{ع^٢_١}{ن_١}$ وإذا أخـترنا عينـة أخرى $ن_٢$ من مجتمع متوسطه $سَ_٢$

وإذا كان تباين المجتمع الثانى $ع^٢_٢$ فان البيان للمتوسط $سَ_٢ = ع^٢_٢$ وتباين الفرق بين المتوسطين يمكن حسابه من المعادلة الآتية :

$$ع^٢_{سَ_١ - سَ_٢} = \frac{ع^٢_١}{ن_١} + \frac{ع^٢_٢}{ن_٢}$$

$$ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}$$

وإذا كانت العينات قد تم إختيارهما من مجتمعات لهـا نفس التباين فاننا يمكن أن نحسب تباين المجتمـع الأصلي من المعادلة :

$$ع^٢ = \frac{مج(س_١ - \bar{س}_١)^٢ + مج(س_٢ - \bar{س}_٢)^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}$$

حيث أن :

$ع^٢$ هي تباين المجتمـع الكلي

$مج(س_١ - \bar{س}_١)$ = مجموع مربعات إنحرافات العينة $ن_١$ عن المتوسط .

$مج(س_٢ - \bar{س}_٢)$ = مجموع مربعات إنحرافات العينة $ن_٢$ عن المتوسط .

درجات حرية = $ن_١ + ن_٢ - ٢$

$$\therefore \quad ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{ع^٢ \left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right)}$$

إذا كانت $ن_١ = ن_٢ = ن$

$$\therefore \quad ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{\frac{٢ع^٢}{ن}}$$

الجدول التالي يعطى قيمة $س_1$ ، $س_2$ لعينتين $ن_1$ ، $ن_2$:

مجموعة ١		مجموعة ٢	
$س_1$	$س^2_1$	$س_2$	$س^2_1$
١	١	٦	٣٦
٣	٩	٣	٩
٤	١٦	٤	١٦
٣	٤	٥	٢٥
٥	٢٥	٢	٤
٥	٢٥	٥	٢٥
٣	٤	٤	١٦
٤	١٦	٦	٢٦
٣	٩	٣	٩
١	١	٢	٤
المجموع ٣٠	١١٠	٤٠	١٨٠

من الجدول السابق يتضح أن $\bar{س}_1 = \frac{٤٠}{١٠} = ٤ر٠$ ، $\bar{س}_2$

$= \frac{٣٠}{١٠} = ٣$

$$مج\,(س_1 - \bar{س}_1)^2 = ١٨٠ - \frac{(٤٠)^2}{١٠}$$

$$= ١٨٠ - \frac{١٦٠٠}{١٠} = ١٨٠ - ١٦٠ = ٢٠$$

$$مج(س_٢ - \bar{س}_٢) = ١١٠ - \frac{(٣٠)^٢}{١٠} = ٢٠$$

الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين يمكن حسابه من المعادلة الآتية :

$$ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = \sqrt{\frac{٢}{١٠} \left(\frac{٢٠ + ٢٠}{١٠ + ١٠ - ٢} \right)}$$

$$= ٠٫٦٧$$

$$ت = \frac{(\bar{س}_١ - \bar{س}_٢) - (م_١ - م_٢)}{ع_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}}$$

حيث ت = النسبة الثابتة لدرجات الحرية $ن_١ + ن_٢ - ٢$

$\bar{س}_١$ = متوسط العينة الأولى $ن_١$

$\bar{س}_٢$ = متوسط العينة الثانية $ن_١$

$م_١$ = متوسط المجتمع الأصلي الذى تم اختيار العينه $ن_١$ منه

$م_٢$ = متوسط المجتمع الأصلي الذى تم اختبار العينة $ن_٢$ منه وإذا أفترضنا أن العينتين قد تم إختيارهما عشوائيا وأن كل منهما مستقل عن الآخر .

$$\therefore س^٢_١ = س^٢_٢ ، م_١ = م_٢$$

$$\therefore م_١ - م_٢ = صفر$$

$$\therefore ت = \frac{٤ - ٣}{٫٦٧} = ١٫٤٩$$

درجات الحرية = $ن_١ + ن_٢ - ٢ = ١٨$

ويلخص الكاتب طريقة حساب الفـــرق بين متوسطين فى الحالات الآتيـــة : ـ

١) عندما تكون الدرجات غير مرتبطة والمجموعات كبيرة (أكثر من ٥٠)
٢) عندما تكون الدرجات غير مرتبطة والمجموعات صغيرة (أقل من ٥٠)
(٣) عندما تكون الدرجات مرتبطة .

طريقة الحساب :

لحساب الفرق بين متوسطي فى أى من الحالات السابقة تتبع الآتى :

(١) توجد الفرق بين المتوسطين $س_١ - س_٢$
(٢) تحسب الخطأ المعيارى
(٣) توجد النسبة $\frac{س_١ - س_٢}{\text{الخطأ المعيارى}}$

هذه النسبة تسمى (ت) المحسوبة .

(٤٣) توجد ت ، النظرية من الجدول الآتى :

جـــدول رقم (١)

ن	ت (النظرية)	ن	ت (النظرية)
١	١٢ر٧١	٢١	٢ر٠٨
٢	٤ر٣٠	٢٢	٢ر٠٧
٣	١ر١٨	٢٣	٢ر٠٧
٤	٢ر٧٨	٢٤	٢ر٠٦
٥	٢ر٥٧	٢٥	٢ر٠٦
٦	٢ر٤٥	٢٦	٢ر٠٦
٧	٢ر٣٦	٢٧	٢ر٠٥
٨	٢ر٣١	٢٨	٢ر٠٥
٩	٢ر٢٦	٢٩	٢ر٠٤
١٠	٢ر٢٣	٣٠	٢ر٠٤
١١	٢ر٢٠	٣٥	٢ر٠٣
١٢	٢ر١٨	٤٠	٢ر٠٢
١٣	٢ر١٦	٤٥	٢ر٠٢
١٤	٢ر١٤	٥٠	٢ر٠١
١٥	٢ر١٣	٦٠	٢ر٠٠
١٦	٢ر١٢	٧٠	٢ر٠٠
١٧	٢ر١١	٨٠	١ر٩٩
١٨	٢ر١٠	٩٠	١ر٩٩
١٩	٢ر٠٩		
٢٠	٢ر٠٩		

(٥) عندما تكون ت (المحسوبة) أكبر من ت (النظرية) فإنه يمكن اعتبار أن الفرق بين المتوسطين له دلالة أما عندما تكون (المحسوبة) أقل من ت (النظرية) فإن الفرق بين المتوسطين يعتبر غير ذى دلالة وأنه مجرد صدفة :

دلالة الفرق بين متوسطين

(أ) الدرجات الغير مرتبطة .

(١) المجموعات الكبيرة (أكثر من ٥٠) :

إذا كان عدد تلاميذ المجموعة ١ هو $ن_١$

وكان عدد تلاميذ المجموعة ٢ هو $ن_٢$

وإن $مَ_١$ هو متوسط المجموعة ١

، $مَ_٢$ هو متوسط المجموعة ٢

وكان $ع_١$ الانحراف المعيارى للمجموعة ١

، $ع_٢$ الانحراف المعيارى للمجموعة ٢

فان الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين يحسب من المعادلة

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}$$

$$ت\ (\text{المحسوبة}) = \frac{سَ_١ - سَ_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}}$$

مثال : إذا كان متوسط نسبة ذكاء مجموعة من ٩٨ تلميذا فى مدرسة العباسية الثانوية هو ١٠٢ وانحرافها المعيارى ١٤ وكان متوسط نسبة ذكاء مجموعة من ٧٢ تلميذة من مدرسة نبوية موسى الثانوية هو ١٠٠ وإنحرافها المعيارى ١٢ فهل هناك فروق ذات دلالة بين البنين والبنات .

الحـل :

المدرسـة	المتوسط	ع	ن
مدرسة العباسية	١٠٢	١٤	٩٨
مدرسة نبوية موسى	١٠٠	١٢	٧٢

$س_١ - س_٢ = ١٠٢ - ١٠٠ = ٢$

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}$$

$$= \sqrt{\frac{١٩٦}{٩٨} + \frac{١٤٤}{٧٢}}$$

$$= \sqrt{٤} = ٢$$

$$\text{ت (المحسوبة)} = \frac{س_١ - س_٢}{\text{الخطأ المعيارى}} = \frac{٢}{٢} = ١$$

وعندما تكون المجموعة أكبر من ٥٠ فان ت النظرية = ٢ تقريبا

∴ ت المحسوبة أقل من «ت» النظرية ∴ لا توجد فروق دلالة إحصائية بين البنين والبنات .

تمرين : أعطى إختبار ذكاء لتسعين تلميذا وثمانين تلميـذه فى إحدى مدارس الاسكندرية الثانوية وكان متوسط درجات التلاميذ ٩٨ ومتوسط درجات التلميـذات ١٠٢ والانحرافان المعياريان للمجموعتين ١٢ ، ١٥ على ترتيب فهل الفرق بين المتوسطين دال إحصائيا ؟

(٢) المجموعات الصغيرة (أقل من ٥٠)

إذا كان عدد التلاميذ أقل من ٥٠ تلميذا فإن الخطأ المعيارى يحسب من المعادلة الآتية :

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\frac{(ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2)(ن_1 + ن_2)}{(ن_1 + ن_2 - 2)(ن_1 \times ن_2)}}$$

$$\therefore \text{ت المحسوبة} = \frac{س_1 - س_2}{\sqrt{\frac{(ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2)(ن_1 + ن_2)}{(ن_1 + ن_2 - 2)(ن_1 \times ن_2)}}}$$

$$= \frac{س_1 - س_2}{\sqrt{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}} \times \sqrt{\frac{(ن_1 + ن_2 - 2)(ن_1 \times ن_2)}{ن_1 + ن_2}}$$

مثال :

يبلغ عدد تلاميذ أحد فصول ٢٥ تلميذا ومتوسط معاملات ذكائهم ١١٠ وإنحرافهم المعيارى ١٥ وكان عدد تلميذات فصل آخر ٣٠ تلميذة ومتوسط معاملات ذكائهن ١١٥ والانحراف المعيارى ١٠ فمن الأكثر ذكاء؟

الحل

المتوسط	البنين	البنات
	١١٠	١١٥
ع	١٥	١٠
ن	٢٥	٣٠

$$\bar{س}_1 - \bar{س}_2 = ١١٠ - ١١٥ - ٥$$

$$\sqrt{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2} = \sqrt{٢٥ \times ٢٢٥ + ٣٠ \times ١٠٠}$$

$$= \sqrt{٨٦٢٥} = ٩٢٫٨٧$$

$$\sqrt{\frac{(ن_1 + ن_1 - ٢)(ن_1 ن_2)}{ن_1 + ن_2}} = \sqrt{\frac{(٢٥ + ٣٠ - ٢)(٢٥ \times ٣٠)}{٢٥ \times ٣٠}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٣ \times ٢٥ \times ٣٠}{٥٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{٣٩٧٢٥}{٥٥}}$$

$$= ٢٦٫٨٨$$

$$ت \text{ (المحسوبة) } = \frac{٥ \times ٢٦٫٨٨}{٩٢٫٨٧}$$

$$= \frac{١٣٤٫٤}{٩٢٫٨٧} = ١٫٤٥$$

وعند إيجاد قيمـة ت النظرية من الجـدول رقم (١) وقراءة قيمة ت التي تقابل :

$$ن = ن_1 + ن_2 - ٢ \text{ في المثال الحالي}$$

$$\therefore ن = ٢٥ + ٣٠ - ٢ = ٥٣$$

∴ ت (النظرية) تقع بين ١٠١ر٢ ، ٠٠ر٢

وبذلك تكون ت (المحسوبة) أقل من ت (النظرية)

∴ الفرق بين المتوسطين غير دال إحصائيا .

تمرين

إذا كان متوسط درجات ٢٠ تلميذا فى أمتحان مادة الرياضيات هو ٥٦ ، والإنحراف المعيارى ٨ ، بينما كان متوسط درجات ١٥ تلميذة ٥٣ والانحراف المعيارى ١٢ فهل الفرق بين المتوسطين له دلاله إحصائية ؟

حساب « ت » لمتوسطين غير مرتبطين :

عندما يكون المتوسطين غير مرتبطين فاننا نستخدم الصورة العامة التالية لمعادلة « ت » :

$$ت = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sqrt{\frac{ن_١ع_١^٢ + ن_٢ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}\left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢}\right)}}$$

وعندما تكون $ن_١ = ن_٢$

$$∴ ت = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{ن - ١}}}$$

حيث أن درجات الحرية فى هذه الحالة = ٢ ن — ٢

حســاب (ت) لمتوسطين مرتبطين :

إذا أعيد إجراء نفس المقياس على نفس المجموعة من الأفراد في وقت آخر كما نفعل ذلك عندما تقوم بحساب ثبات أختبار بطريقة اعاده الاختبار فإننا نستخدم المعادلة التالية :

$$\text{ت} = \frac{\bar{\text{س}}_{\text{ف}}}{\sqrt{\dfrac{\text{مح ح}^{2}\,\text{ف}}{\text{ن} (\text{ن} - 1)}}}$$

حيث س ف = متوسط الفروق وهي يساوى أيضا فروق المتوسطين

مح ح^{2} ف = مجموع مربعات إنحرافات الفروق عن متوسط تلك الفروق

ن = عدد الأفراد

أما درجات الحرية فتساوى ن ـ ١

مثـــال :

إحسب قيمة ت للفرق بين متوسطى المجموعتين من الدرجات الموضحة بالجدول التالي :

س$_{1}$	١٠	٥	٦	٧	١٠	٦	٧	٨	٦	٥
س$_{2}$	٧	٣	٧	٥	٨	٤	٥	٢	٣	٩

الحل

الرقم	$س_1$	$س_2$	فروق الدرجات ف	ح ف	$ح ف^2$
١	١٠	٧	٣	١	١
٢	٥	٣	٢	٠	٠
٣	٦	٧	١−	٣−	٩
٤	٧	٥	٢	٠	٠
٥	١٠	٨	٢	٠	٠
٦	٦	٤	٢	٠	٠
٧	٧	٥	٢	٠	٠
٨	٨	٢	٦	٤	١٦
٩	٦	٣	٣	١	١
١٠	٥	٦	١−	٣−	٩
المجموع	٧٠	٥٠	٢٠	٠	٣٦

∵ مجموع فروق الدرجات = ٢٠

، عدد الأفراد ن = ١٠

متوسط فرق الدرجات = س ف = ٢

ح ف انحراف كل فرق من فروق الدرجات عن متوسط الفرق ٢ (العمود ف)

$$\because ت = \frac{س\ ف}{\sqrt{\frac{مجـ ح^2 ف}{ن (ن - ١)}}} \qquad \therefore ت = \frac{٢}{\sqrt{\frac{٣٦}{١٠ (١٠ - ١)}}}$$

$$= \frac{٢}{٠{,}٦٣٢٥} = ٣{,}١٦ \quad (\text{درجات الحرية} = ١٠ - ١ = ٩)$$

من الجداول الاحصائية نجد هذه القيمة داله عند مستوى ٥ ٪ .

تمارين

(١) إذا كان متوسط درجات ٣٥ تلميذاً فى مادة الحساب هى ٦٨ درجه، وبانحراف معيارى ١٠ فى امتحان الفترة الأولى بأحد المدارس الابتدائية بمدينة الاسكندرية . وفى الفترة الدراسية الثانية كان متوسط درجات هؤلاء التلاميذ ٧٢ درجة بانحراف معيارى ١٠.

هل الفرق بين درجات التلاميذ فى الفترتين له دلالة احصائية إذا كان معامل الارتباط بين درجات الفترتين هو ٦٥ر.

(٢) أوجد دلالة الفرق بين دخل مجموعتين من الأطباء كل منها يتكون من ٢٠ طبيبا إذا كان متوسط دخل المجموعة الأولى ٢٥٠ جنيها شهريا بانحراف معيارى ٢ ،ومتوسط دخل المجموعة الثانية ٣٠٠ جنيها شهريا بانحراف معيارى ٣ وكان معامل الارتباط بين الدخلين ٨ر.

الفصل الثامن

تحليل التباين

Analysis of Variance

ولقد أكدت الدراسات والبحوث الاحصائية على أهمية تحليل التباين فى العلوم عامة والعلوم الانسانية خاصه، ويمكن تلخيص بعض أهداف تحليل التباين فيما يلى :-

١ — الكشف عن مدى تجانس العينات ومدى انتسابها إلى أصل واحد أو أصول متعددة .

٢ — الكشف عن الفروق القائمة بين البنين والبنات سواء فى القدرات القدرات العقلية أو السمات المزاجية أو النواحى التحصيلية .

٣ — قياس مدى تجانس المفردات التى تتألف منها الاختبارات النفسية .

هذا وتختلف وتتعدد طرق ووسائل هذا النوع من التحليل وسيعرض المؤلف فى هذا الفصل للأنواع العملية البسيطة التى تتصل اتصالا مباشراً بميادين الدراسات والبحوث النفسية والتربوية .

بعض الخواص الاحصائية للتباين :-

التباين والانحراف المعيارى :

التباين = متوسط مربعات الانحرافات

= مربع الانحراف المعيارى

التبـاين والفروق الفردية والجماعية :

يمكن استخدام التباين فى قياس الفروق الفردية والجماعية وذلك لأنه كما بينا فى الخاصية السابقة أن التباين يعتمد على مدى انحراف كل فرد من متوسط الأفراد ، أو مدى انحراف كل جماعة عن متوسط الجماعات .

جمـع التبــاين :

إذا أثرت عدة عوامل مختلفة على ظاهرة معينة فإن تباين هـذه العوامل يساوى حاصل جمـع تباين تلك العوامل . فإذا فرضنا أن العوامل المؤثرة على الظاهرة هي :

$$ع_١ ، ع_٢ ، ع_٣ ، ع_٤$$

$$\text{فإن } ع^٢_ن = ع_١^٢ + ع_٢^٢ + ع_٣^٢ + ع_٤^٢$$

$$\text{حيث } ن = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤$$

وهذه الخاصية تفيد فى معرفة أن التباين يمكن حسابه بمعرفة المجموع الجبرى لمكوناته ، أما الانحراف المعيارى فإنه لا يخضع لمثل هذا النوع من التحليل وسبب ذلك هو أن $ع_ن$ لا تساوى $ع_١ + ع_٢ + ع_٣ + ع_٤$

ويمكن توضيح هذه الفكرة بالمثال العددى التالى :

إذا كانت $(١٠)^٢ = (٦)^٢ + (٨)^٢$

فإن ١٠ لا تساوى ٣ + ٤

الشروط الواجب توافرها لاستخدام طريقة تحليل التباين فى البحوث النفسية والتربوية :ـ

هناك عدة شروط أساسية لابد من توافرها لاستخدام طريقة تحليل التباين

في البحوث النفسيه والتربويهوالحيود عن أى من هذهالشروط قد يؤثر تأثيرا سيئا على نتائج هذه البحـوث أو تعطى نتائج مضلله ويمكن تلخيص هـــذه الشروط فيما يلى :—

١ ـ تجانس التباين

ومعنى هذا الشرط أن يكون تباين درجات كل مجموعه من الأفراد متماثلا ولا توجـد فروق من التباين بين مجموعات المقـارنه هذه إلا نتيجه للصـدفه وحدها ويمكن التحقق من هذا الشرط بحساب مربع انحراف الدرجـات عن متوسط المجمـوعات وحساب تباين كل مجـوعه على حـده ثم مقارنة هـذه التباينات .

٢ ـ أعتدالية التوزيع :—

بالرجوع إلى درجات المجتمعات الأصلية التى تمثلها كل مجموعه على حـده يجب أن تكون هذه الدرجات موزعة إعتداليا أو يكون حيودهذه الدرجات عن التوزيع الأعتـدالى بسيطا . وأن يكون هذا الحيـود راجعاً للصـدفه وحدها .

٣ ـ يجب أن تكون المجمـوعات المستخدمة متوازية ، فى ظروف موحـده وعلى أن تكون متجانسه . وتختلف فى المعالجة التي تنالها كل مجموعة .

خطـوات تحليل التباين

لاجراء تحليل التباين نتبع الخطوات التالية :—

١ — نحسب التباين بين المجموعات ، وذلك بحساب المربعات بين المجموعات
Between groups

٢ — نحسب التباين الداخلي ، وذلك بحساب المربعات داخل المجموعات
Within groups variance

٣ — نحسب درجات الحرية وذلك لتحويل تلك المربعات إلى التباين المقابل لها ولكشف عن الدلاله الاحصائية للنسبه الفائية F - ratio

٤ — نحسب النسبه الفائية وذلك بقسمة التباين الكبير على التباين الصغير والكشف عن دلالتها الاحصائيه وذلك لمعرفة مدى تجانس أو أختلاف المجموعات .

ويمكن تلخيص ذلك في الجدول التالى .

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين	النسبة الفائية
١ – بين المجموعات	مجموع $\frac{\text{مربع مجموع كل مجوعه}}{\text{عددها}}$ – نم٢*	عدد المجموعات – ١		
٢ – داخل المجموعات	الفرق بين ١ ، ٣	عدد الأفرد – عدد المجموعات	مجموع المربعات مقسومه على درجات الحرية	التباين الكبير مقسوماً على التباين الصغير
٣ – المجموع الكلى	مجموع مربعات الاعداد – نم٢	عدد الافراد – ١ عدد المجموعات		

جدول يبين طريقة حساب النسبة الفائية

* حيث ن عدد الأفراد ، م المتوسط العام

وفيما يلى بعض الامثله التى توضح الطرق المختلفة لتحليل التباين .

(١) تحليل التباين لمجموعتين

أذا أردنا أن نقارن درجات البنين بدرجات البنات فى أحد الاختبارات النفسيه لمعرفة دلالة الفروق بين تلك الدرجات والذى على أساسه يمكن الجمع بين العينتين أو فصلها الى عينتين متمايزتين ، فإننا نستخدم طريقة تحليل التباين .

والمثال التالى يوضح هذه الفكره :—

مثال (١)

الجدول التالى يبين درجات مجموعتين أحدهما من البنين والآخر من البنات فى أحـــد الاختبارات النفسيه والمطلوب أختبار هل هنـاك فروق دالة بين المجموعتين .

مسلسل	درجات البنين	مربعات درجات البنين	مسلسل	درجات البنات	مربعات درجات البنات
١	٢٣	٥٢٩	١	١٩	٣٦١
٢	٢١	٤٤١	٢	١٩	٢٦١
٣	١٩	٣٦١	٣	١٨	٣٢٤
٤	١٩	٣٦١	٤	١٤	١٩٦
٥	١٨	٣٢٤	٥	١٥	٢٢٥
المجموع	١٠٠	٢٠١٦	المجموع	٨٥	١٤٦٧

الحـل

من الجدول السابق نجد أن

متوسط درجات البنين $س_١ = \frac{١٠٠}{٥} = ٢٠$

متوسط درجات البنات $س_٢ = \frac{٨٥}{٥} = ١٧$

المتوسط العام $\bar{س} = \frac{١٨٥}{١٠} = ١٨٫٥$

ايجاد مجموع المربعات بين المجموعات

∴ مجموع المربعات بين المجموعات = مجـ $\frac{\text{مربع مجموع كل مجموعة}}{\text{عددها}}$ — ن$\bar{س}^٢$

∴ $= \frac{(١٠٠)^٢}{٥} + \frac{(٨٥)^٢}{٥} - ١٠ \times (١٨٫٥)^٢$

$= ٢٠٠٠ + ١٤٤٥ - ٣٤٢٢٫٥$

$= ٣٤٤٥ - ٣٤٢٢٫٥ = ٢٢٫٥$

ايجاد مجموع المربعات الكلى : (داخل ، و بين المجموعات)

∴ مجموع المربعات الكلى = مجموع المربعات — ن $\bar{س}^٢$

$= ٢٠١٦ + ١٤٦٧ - ١٠ \; (١٨٫٥)^٢$

$= ٦٠٫٥$

أيجاد مجموع المربعات داخل المجموعات

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات = المجموع الكلى — المجموع بين المجموعات

$= ٦٠٫٥ - ٢٢٫٥ = ٣٨$

أيجاد درجات الحريه

درجات الحريه بين المجموعات = عدد المجموعات — ١

= ٢ — ١ = ١

درجات الحريه داخل المجموعات = عدد الأفراد — عدد المجموعات

= ١٠ — ٢ = ٨

أيجاد التباين بين المجموعات :

∴ التباين بين المجموعات = $\frac{\text{مجموع المربعات}}{\text{درجات الحرية}}$

= $\frac{٢٢٫٥}{١}$ = ٢٢٫٥

أيجاد التباين داخل المجموعات

بالمثل التباين داخل المجموعات = $\frac{٣٨}{٨}$ = ٤٫٧٥

النسبة الفائية :

ف = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$ ∴ ف = $\frac{٢٢٫٥}{٤٫٧٥}$ = ٤٫٧٣٦٨

ويمكن وضع النتائج السابقة فى الجدول التالى :

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين	ف
بين المجموعات	٢٢٫٥	١	٢٢٫٥	٤٫٧٣٦٨
داخل المجموعات	٣٨	٨	٤٫٧٥	
المجموع	٦٠٫٥	٩		

الدلاله الاحصائية للنسبه الفائية :

ثم نستخدم بعد ذلك جداول F. Tables وهى عبارة عن جـداول لحساب نسبة التباين بدرجات الحريه بين المجموعات وداخـــل المجموعات وبمستوى دلاله ٠،٠٥ ، ٠،٠١ وفى هذه الجداول تكون درجـات الحريه الافقية خاصة بدرجـــات الحريه بين المجموعات أو درجات الحريه الرأسية خاصة بدرجات الحريه داخل المجموعات وفى مثالنا السابق نجـد أن فيه ف لدرجات حريه (١) بين المجموعات ، (٨) داخـل المجموعات عند مستوى ٠،٠٥ = ٥،٣٢ وعنـد مستوى ٠،٠١ = ١١،٢٦ وبما أن قيمه ف المحسوبه من المثال السابق أقل من هـاتين القيمتين ، فإنه يمكن القـول أنه لا توجد فروق ذات دلاله أحصائية بين المجموعتن فى درجات هذا الاختبار

(٢) تحليـل التباين لثلاث مجموعات

لقد بينا فى المثال السابق الخطـــوات الاحصائية لتحليل تباين مجموعتين ودرسنا كل خطوه منهذا الخطوات بالتفصيلوسيحاول المؤلف أن يوضح طريقة أخرى لتحليـــل التباين وتسمى طريقة حساب التباين من المباذىء الأولية .

وفيما يلى مثال يوضح هذه الطريقة

مثال (٢) :

إذا فرضنا أننا نرغب فى مقارنة ثلاثة طرق مختلفة لتدريس اللغة العربية وأننا اخترنا عينة من التلاميذ الذين يدرسون اللغة العربية بأحـــد مدارس مدينة الأسكندرية بطريقة عشوائية ، وقسمناه إلى ثلاث مجموعـــات كل

مجموعة تدرس اللغة العربية بطريقة مختلفة كما يلى :ــ

المجموعة الأولى : ويتبع فيها المدرس اسلوب المناقشة .

المجموعة الثانية : ويتبع فيها المدرس طريقة المحاضرة التقليدية .

المجموعة الثالثة : ويتبع فيها المدرس طريقة التعليم البرنامجى .

ونفرض أن عدد تلاميذ كل مجموعة هـو ٦ تلاميذ وأننا طبقنا عليهم أختبار تحصيلى مقنن وكانت نتيجة الاختبار للمجموعات الثلاثة كما هـو موضح بالجدول التالى :

جدول يبين درجات المجموعات الثلاثة

مسلسل	المجموعة الأولى	مسلسل	المجموعة الثانية	مسلسل	المجموعة الثالثة
١	١٠	١	٨	١	٦
٢	٩	٢	٦	٢	٧
٣	٩	٣	٨	٣	٤
٤	٨	٤	٦	٤	٣
٥	٧	٥	٣	٥	١
٦	٥	٦	٥	٦	٣
المجموع	٤٨	المجموع	٣٦	المجموع	٢٤

الحــــل

متوسط المجموعة الأولى = $\frac{٤٨}{٦}$ = ٨

متوسط المجموعة الثانية = $\frac{٣٦}{٦}$ = ٦

متوسط المجموعـة الثالثة = $\frac{٢٤}{٦}$ = ٤

المتوسط العام (الوزنى) = $\frac{٨+٦+٤}{٣}$ = ٦*

١ ـ حساب مجموع المربعات الكلى :ـ

توجد أنحراف كل درجة عن المتوسط العام بالنسبه للمجموعات الثلاثة كما هو موضح بالجدول التالى :ـ

جدول يبين الأنحرافات عن المتوسط العام

المجموعة الأولى		المجموعـة الثانية		المجموعـة الثالثة	
الدرجة	الأنحراف	الدرجة	الأنحراف	الدرجة	الأنحراف
١٠	٤	٨	٢	٦	صفر
٩	٣	٦	٠	٧	١
٩	٣	٨	٢	٤	– ٢
٨	٢	٦	٠	٣	– ٣
٧	١	٣	– ٣	١	– ٥
٥	– ١	٥	– ١	٣	– ٣

* حسبنا المتوسط العام (الوزنى) بهذه الطريقة وذلك لتساوى المجموعات فى العدد .

* توجد مربعات هـــذه الأنحرافات عن المتوسط الكلى ثم توجد المجموع الكلي لهذه المربعات

كما هو موضح بالجدول التالى :ـ

جدول يبين مربع الأنحرافات عن المتوسط

الأولى		الثانية		الثالثة	
الانحراف	مربعه	الانحراف	مربعه	الانحراف	مربعه
٤	١٦	٢	٤	صفر	صفر
٣	٩	٠	٠	١	١
٣	٩	٢	٤	ـ ٢	٤
٢	٤	٠	٠	ـ ٣	٩
١	١	ـ ٣	٩	ـ ٥	٢٥
ـ ١	١	ـ ١	١	ـ ٣	٩
المجموع	٤٠	المجموع	١٨	المجموع	٤٨

من الجدول السابق نلاحظ أن :ـ

مجموع مربعات المجموعة الاولى = ٤٠

مجموع مربعات المجموعة الثانية = ١٨

مجموع مربعات المجموعة الثالثة = ٤٨

.·. المجموع الكلي للمربعات = ١٠١

٢ ـ حساب مجموع المربعات بين المجموعات

تقوم بإحلال متوسط كل مجموعة محل كل درجة من درجاتها كما هـــو مبين بالجدول التالى :ـ

الأولى	الثانية	الثالثة
٨	٦	٤
٨	٦	٤
٨	٦	٤
٨	٦	٤
٨	٦	٤
٨	٦	٤

ه ثم نحسب أنحرافات متوسط كل مجموعة من المجموعات الثلاثة عن المتوسط العام وهو ٦ كما هو موضح بالجدول التالى :ـ

الأولى	الثانية	الثالثة
٢	صفر	ـــ ٢
٢	صفر	ـــ ٢
٢	صفر	ـــ ٢
٢	صفر	ـــ ٢
٢	صفر	ـــ ٢
٢	صفر	ـــ ٢

* نحسب مربعات هذه الانحرافات كما هو موضح بالجدول التالى :-

	الاولى	الثانية	الثالثة
	٤	صفر	٤
	٤	صفر	٤
	٤	صفر	٤
	٤	صفر	٤
	٤	صفر	٤
	٤	صفر	٤
المجموع	٢٤	صفر	٢٤

من الجدول السابق نجد أن مجموع المربعات بين المجموعات =

٢٤ + ٢٤ = **٤٨**

٣ – حساب المربعات داخل المجموعات :-

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات = المجموع الكلى للمربعات – مجموع المربعات بين المجموعات = ١٠٦ – ٤٨ = **٥٨**

٤ – حساب درجات الحرية :

درجـات الحرية بين المجموعات = عدد المجموعات – ١

= ٣ - ١ = **٢**

درجات الحرية داخل المجموعات = عدد الأفراد – عدد المجموعات

= ١٨ – ٣ = **١٥**

٥ – حساب التباين بين المجموعات :-

التباين بين المجموعات = $\frac{٤٨}{٢}$ = **٢٤**

٦ ـ التباين داخل المجموعات :ـ

التباين داخل المجموعات = $\frac{٥٨}{١٥}$ = ٣،٨٧

٧ ـ النسبة الفائية :

∴ ف = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

∴ ف = $\frac{٢٤}{٣،٧٨}$ = ٦،٠٢

ويمكن وضع النتائج السابقة فى الجدول التالى :ـ

مصـدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين	ف
بين المجموعات	٤٨	٢	٢٤	٦،٠٢
داخل المجموعات	٥٨	١٥	٣،٨٧	
المجموع	١٠٦	١٧		

٨ ـ الدلاله الاحصائية للنسبة الفائية :ـ

وبعد ذلك نستخدم جداول ف F - Tables نجد أن قيمة ف لدرجات حرية ٢ بين المجموعات ، ١٥ داخل المجموعات عند مستوى ٠،٠٥ = ٣،٦٨

وعند مستوى ٠،٠١ = ٦،٣٦

وحيث أن النسبة الفائية فى مثالنا هذا = ٦،٠٢

من هنا نجد أن النسبة الفائية المحسوبة وهي ٦،٠٢ تقل عن قيمة ف الجـدولية عند مستوى ٠،٠١ وهى ٦،٣٦

ومعنى ذلك أنه لا توجد فروق ذات دلالة أحصائية بين الطـرق المختلفة للتدريس عند مستوى ٠٫٠١

ولكننا نجد أن قيمة ف المحسوبة وهي ٦٫٠٢ تزيد عن قيمة ف الجدولية عند مستوى ٠٫٠٥ وهي ٣٫٦٨

ومعـنى ذلك أنه توجـد فروق ذات دلالة احصائية بين الطرق المختلفـة للتدريس عند مستوى ٠٫٠٥ أى بدرجة ثقة ٩٥٪ ودرجة شك ٥٪ .

طريقة أخرى لحساب تحليل التباين :—

بالإضافة إلى الطرق التى أستخدمت فى الامثلهالسابقة هناك طريقة أخرى يمكن أستخدامها مع نفس النـوع من الامثله وتتلخص هـــذه الطريقة فى الخطوات التالية :—

١ إيجاد مجموع المربعات بين المجموعات

وذلك كالآتى :

* نوجد مربع كل مجموعة مقسوماً على عدد أفرادها

$$\text{أى} \quad \frac{(٤٨)^٢}{٦} + \frac{(٣٦)^٢}{٦} + \frac{(٢٤)^٢}{٦} = ٦٩٦$$

* نوجد مربع المجموع الكلى للمجموعاتمقسوماً على العددالكلى للدرجات

$$\text{أى} \quad \frac{(١٠٨)^٢}{١٨} = ٦٤٨$$

* ثم نطرح ناتج الخطوه الثانية من ناتج الخطوه الأولى .

أى مجموع المربعات بين المجموعات = ٦٩٦ - ٦٤٨ = **٤٨**

٢ - أيجاد مجموع المربعات الكلية :

وذلك كالآتى :

ه نوجد مجموع مربعات جميع الدرجات

أى (١٠)^{٢} + (٩)^{٢} + (٨)^{٢} + ... + (٣)^{٢} = ٧٥٤

(مجموع ١٨ درجة)

ه نوجد مربع المجموع الكلى للمجموعات مقسوماً على العدد الكلى للدرجات

أى $\frac{(١٠٨)^{٢}}{١٨}$ = ٦٤٨

* نطرح ناتج الخطوه الثانية من ناتج الخطوه الأولى .

أى أن المجموع الكلى للمربعات = ٧٥٤ - ٦٤٨ = **١٠٦**

٣ - أيجاد المربعات داخل المجموعات .

وحيث أن المجموع الكلى للمربعات =

مجموع المربعات بين المجموعات + مجموع المربعات داخل المجموعات

∴ مجموع المربعات داخل المجموعات = المجموع الكلى للمربعات بين المجموعات

١٠٦ — ٤٨ = **٥٨**

ثم نوجد درجات الحرية بنفس الطريقة السابقة وكذلك النسبة الفائية وأيضا يمكن أيجاد دلالة النسبة الفائية كما سبق .

تحليل التباين الثنائي

Two - Way Analysis
of Variance

مثال توضيحي :

افترض أن الدرجات المبينة في المثال السابق ليست مأخوذة من ٣ عينات مستقلة من الطلبة ، وأن فئات الطلاب الثلاثة تم تصنيفها على أساس اختبار قبلي ، وافترض ان البيانات التالية هي درجات كل مجموعة مكونة من ٦ طلاب تم اختبارهم عشوائيا وأن كل مجموعة تمثل طريقة تدريس مختلفة .

والجدول التالي يوضح هذه البيانات :

طرق التدريس

مسلسل	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة	المجموع
١	١٠	٨	٦	٢٤
٢	٩	٦	٧	٢٢
٣	٩	٨	٤	٢١
٤	٨	٦	٣	١٧
٥	٧	٣	١	١١
٦	٥	٥	٣	١٣
المجموع	٤٨	٣٦	٢٤	١٠٨

١ – نوجد مجموع المربعات بين المجموعات (الأعمدة) وذلك كما سبق فى الحالة الأولى .

أى مجموع المربعات بين المجموعات $= \frac{(٤٨)^٢}{٦} + \frac{(٣٦)^٢}{٦} + \frac{(٢٤)^٢}{٦}$

$$- \frac{(١٠٨)^٢}{١٨}$$

$$= ٦٩٦ - ٦٤٨ = ٤٨$$

٢ – نوجد مجموع مربعات الصفوف (الثلاثيات)

$$\text{أى} = \frac{(٢٤)^٢}{٣} + \frac{(٢٢)^٢}{٣} + \frac{(٢١)^٢}{٣} + \frac{(١٧)^٢}{٣} + \frac{(١١)^٢}{٣} + \frac{(١٣)^٢}{٣}$$

$$- \frac{(١٠٨)^٢}{١٨} = ٦٩٣٫٣٣ - ٦٤٨ = ٤٥٫٣٣$$

٣ – المجموع الكلى للمربعات :

$$= (١)^٢ + (٩)^٢ + \cdots (٣)^٢ - \frac{(١٠٨)^٢}{١٨}$$

(مجموع ١٨ مفردة)

$$= ٧٥٤ - ٦٤٨ = ١٠٦$$

٤ – نحسب خطأ مجموع المربعات (البواقى)

وهو عبارة عن المجموع الكلى للمربعات مطروحاً منه مجموع المربعات بين المجموعات ومجموع مربعات الثلاثيات

∴ خطأ مجموع المربعات = ١٠٦ — ٤٨ — ٤٥٫٣٣ = ١٢٫٦٧

● ـ نحسب درجات الحرية

درجات الحرية الخاصة بالتباين بين المجموعات (الطرق)

= ٣ — ١ = ٢

درجـــات الحرية الخاصة بالتباين بين الثلاثيات

= ٦ — ١ = ٥

درجات الحرية الخاصة بكل المفردات

= ١٨ — ١ = ١٧

∴ درجات الحرية الخـاصة بالخطأ = ١٧ — ٢ — ٥ = ١٠

ويمكن تلخيص النتائج السابقة بالجدول الأتى :

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين	النسبة الفائية ف
بين الطرق	٤٨	٢	٢٤	
بين الثلاثيات	٤٥٫٣٣	٥		١٧٫٣٧
الخطأ	١٢٫٦٧	١٠	١٫٢٦٧	
المجموع	١٠٦	١٧		

٦ ـ الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية :ـ

$$\text{حيث أن ف} = \frac{٢٤}{١٫٢٦٧} = ١٧٫٣٧$$

وبالبحث فى الجـــداول عن قيمة ف لدرجة حرية (٢) بين الطرق ودرجة حرية (١٠) عند مستوى ٠٥ر كانت ف = ١٠ر٤ وعند مستوى ٠١ر. كانت ف = ٥٦ر٧

وحيث أن قيمة ف فى مثالنا هذا = ٣٧ر١٧

من هنا نجد أن النسبة الفـائية المحسوبة وهى ٣٧ر١٧ تزيد عن قيمة ف الجدولية عند مستوى ٠١ر٠

∴ ف دالة احصائيا عند مستوى ٠١ر٠

طبيعة خطأ التباين : The Nature of Error Variance

إن طبيعة خطأ مجموع المربعات وبالتالى الخطأ فى تقدير التباين يمكن أن يحسب بوضوح من المبادىء الأولية . ولهذا الغرض سنقوم بتحليل البيانات الأصلية مرة أخرى .

والبيانات الأصلية ومتوسط درجات الثلاثيات نوضحهـــا فى الجدول التالى :

الثلاثيات	مجموع I	مجموع II	مجموع III	متوسط الثلاثيات
١	١٠	٨	٦	٨ر٠
٢	٩	٦	٧	٧ر٣٣
٣	٩	٨	٤	٧
٤	٨	٦	٣	٥ر٧٦
٥	٧	٣	١	٣ر٧٦
٦	٥	٥	٣	٤ر٣٣
المتوسط	٨	٦	٤	

المتوسط العام $= \frac{٨ + ٦ + ٤}{٣} = ٦$

١ ــ تحذف الفروق بين الطرق المختلفة وذلك كالآتى :

* توجد الفروق بين المتوسط العام ومتوسط كل مجموعة .

* إذا كان المتوسط العام أقل من متوسط المجموعة فى هذه الحالة نقوم بطرح هذا الفرق من كل درجة من درجات هذه المجموعة :

وفى مثالنا هذا يجب طرح ٢ من كل درجة من درجات المجموعة (I)

إذا كان المتوسط العام يساوى متوسط المجموعة . فى هذه الحالة تبقى درجات المجموعة كما هى وفى مثالنا هذا تظل درجات المجموعة (II) كما هى

* إذا كان المتوسط العام أكبر من متوسط المجموعة . فى هذه الحالة نقوم باضافة الفرق إلى كل درجة من درجات المجموعة .

وفى مثالنا هذا يجب إضافة ٢ إلى كل درجة من درجات المجموعة (III)

وهذا يمكن توضيحه فى الجدول الآتى :

البيانات محذوفاً منها الفروق بين الطرق

الثلاثيات	المجموعة I	المجموعة II	المجموعة III	متوسط الثلاثيات
١	٨	٨	٨	٨ر٠٠
٢	٧	٦	٩	٧ر٣٣
٣	٧	٨	٦	٧
٤	٦	٦	٥	٥ر٦٧
٥	٥	٣	٣	٣ر٦٧
٦	٣	٥	٥	٤ر٣٣
المتوسط	٦	٦	٦	

٢ ـــ نحذف الفروق بين الثلاثيات

وذلك كالآتى

* توجد الفروق بين المتوسط العام ومتوسط كل ثلاثية .

* اذا كان المتوسط العام أقل من متوسط الثلاثية

فى هذه الحالة نقوم بطرح الفروق من درجات كل ثلاثية

فمثـــلا بالنسبة للثلاثية الأولى نجد أن المتوسط العام يقل عن متوسط الثلاثية بمقدار ٢

معنى ذلك أنه يجب طرح ٢ من كل درجة من درجات هذه الثلاثية .

* إذا كان المتوسط العام أكبر من متوسط الثلاثية فى هذه الحالة فان الفرق يضاف إلى كل درجة من درجات هذه الثلاثية ... وهكذا

ويمكن توضيح ذلك بالجدول التالى

جدول بيانات . موضحا فيه الفروق بين الطرق

المختلفة مع ازاله الفروق بين الثلاثيات

الثلاثيات	مجموعة I	مجموعة II	مجموعة III	متوسط الثلاثيات
١	٦	٦	٦	٦
٢	٥ر٦٧	٤ر٦٧	٧ر٦٧	٦
٣	٦	٥	٧	٦
٤	٦ر٣٣	٦ر٣٣	٥ر٣٣	٦
٥	٧ر٠٣	٥ر٣٣	٥ر٣٣	٦
٦	٦ر١٧	٦ر٠٧	٤ر٦٧	٦
المتوسط	٦	٦	٦	

المتوسط العام = ٦

وكما هو موضح بالجدول السابق نجد أن متوسطات الطرق ومتوسطات الثلاثيات كلها متساويه ومعنى ذلك أن التباينات لكل من الطرق والثلاثيات قد تم حذفها . ورغم ذلك نجد ان الدرجات كلها ليست متساوية والتباين الباقي هو في الواقع خطأ التباين .

وخطأ مجموع المربعات يمكن الحصول علية بواسطة جمع متوسط المربعات الستة .

اى ان تباين الخطأ هو التباين الباقي عندما تتلاشى التباينات من كل المصادر وهي الطرق والثلاثيات في مثالنا هذا .

تمارين

(١) كانت الدرجة المتوسطة لفصل مكون من ٢٥ تلميذاً هي ٦٨ بانحراف معيارى ١٠ فى إحدى الفترات ، وفى الفتره التاليه كانت الدرجة المتوسطة ٧٢ بانحراف معيارى ١٢ فهل هناك فرق ذو دلاله بين الأداء فى الفترتين إذا كان معامل الارتباط بين درجات الفترتين ٠٫٦٥

(٢) إذا ارتكب ثلاثون تلميذا فى اختبار هجاء مكون من ٢٠ سؤالا ، ٢٥٠ خطأ بينما كان عـدد الأخطاء فى اختبار مشابه ٢٠٠ خطأ فإذا كان الإنحراف المعيارى فى درجات الاختبار الأول ٢ ، وفى درجات الاختبار الثانى ٣ وكان معامل الارتباط بين النتيجتين ٠٫٨ ، فهل الفرق بين النتيجتين راجع للصدفه ؟

تطبيقات وتمارين

١ ـ اكتب مقالا مختصراً عن مراحل العمل الاحصائى من حيث اختيار موضوع الدراسه والمتغيرات فى البحث العلمى .

٢ ـ فيما يلى درجات ٥٠ طالب فى امتحان الرياضيات والمطلوب تكوين الجدول التكرارى منها .

٦	٥	٥	٦	٦	٢	٦	٦	٥
٥	٦	٣	٦	٦	٦	٨	٥	٩
٦	٦	٦	٥	٧	٧	٧	٥	٤
٦	٧	٤	٨	٧	٧	٦	٣	٥
٧	٧	٧	٦	٧	٥	٨	٧	٥

٣ ـ حصل ٥٥ طالب فى مادة علم النفس التعليمى على الدرجات التاليه . والمطلوب تكوين الجدول التكرارى لهذه الدرجات

٣٠	١٧	٣٠	١٩	١٦	١٥	١٥	٢٢	٢٥	٢٩
٢٧	٨	٢٥	٢٠	٢٣	٢٠	٣٠	١٨	٢٠	١٩
١٦	٢٤	١٨	١٦	٢١	١٦	٢٤	٨	٢٧	٢٧
٣٠	١٧	٣٤	٢٠	١٨	٢٢	١٦	١٤	١١	٢٢
٢٣	٢٢	٢٠	١٧	٢٨	٢٣	١١	٣٣	٢٨	٢٢
٢١	٢٠	١٦	١٢	٢٥					

٣ ـ أخذث عينه عشوانية من مجموعه من الاطفال فوجـــدأن أوزانهم تتوزع كالآتى :

فئات الوزن	٢٠-	٢٣-	٢٦-	٢٩-	٣٢-	٣٥-	المجموع
عدد الاطفال	١٠	١٥	٣٠	٢٢	١٤	٩	١٠٠

والمطلوب مايلى

أ ـ تكوين التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى

ب ـ « « « « التنازلى

حـ ـ أيجاد عدد الاطفال الذين تقل أوزانهم عن ٣٢

ء ـ « « « « « تزيد « عن ٢٦

هـ ـ ما العلاقه بين التوزيعين التصاعدى والتنازلى

٤ ـ أخذت عينه عشوائيه من ٥٥ طالب فوجـــد أن درجاتهم تتوزع كالاتى

فئات	٨-	١١-	١٤-	١٧-	٢٠-	٢٣-	٢٦-	٢٩-	٣٢-
التكرر	٢	٣	٧	٨	١٤	٧	٧	٥	٢

أوجد المتوسط الحسابى لهذه الدرجات بطريقة الانحرافات .

٥ ـ أحسب المتوسط الحسابى بأى طريقه للتوزيع التالى .

فئات	٣-	٣٠-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	المجموع
تكرار	١٠	١٥	٣٠	٢٢	١٤	٩	١٠٠

٦ ـ عينه عشوائيه من ١٠٠ طالب وجـــد أن درجاتهم تتوزع كالاتى

فئات الدرجه	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	المجموع
عدد الطلبه	٦	٢٥	٣٥	٢٠	١٠	٤	١٠٠

أوجد مايلى :-

أ - المتوسط الحسابى

ب - الوسيط

حـ - المنوال . بأى طريقة :

٧ - قام أحد الباحثين فى علم النفس بسحب عينه عشوائيه من طلبه أحدى المدارس فوجد أن درجاتهم تتوزع كالآتى .

الفئات	١٠٠-	١١٠-	١٢٠-	١٣٠-	١٤٠-	١٥٠-	المجموع
التكرار	١٠	٢	٣٠	١٨	١٥	٧	١٠٠

أوجد مايلى :-

أ - نصف المدى الربيعى

ب - المتوسط الحسابى

٨ - أخذت عينه عشوائية من طالبات أحدى الكليات فوجدأن درجاتهن تتوزع كالآتى .

الفئات	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-
التكرار	٨	١٧	٣٢	٢٢	١٦	٥

وجد مايلى : ـ

أ ـ المتوسط الحسابى .

ب ـ الانحراف المعيارى

حـ ـ التباين

٩ ـ أ ـ تكلم باختصار عن خصائص التوزيع الاعتدالى مع ذكر بعض التوزيعات التي تتبع التوزيع المعتدل .

ب ـ أذا علم أن درجات مجموعه من الطلبه متوسطها هـو ١٠ درجات والانحراف المعيارى هو ٢ درجه

فاوجد

١ ـ نسبه الطلبه الذين لهم درجات أقل من ١٢ درجه

٢ ـ نسبه الطلبه الذين لهم درجات اكثر من ٦ درجات

٣ ـ نسبه الطلبه الذين لهم درجات منحصر بين ١٤ ، ١٦ درجه .

وذلك باستخدام المساحات تحت المنحنى الاعتدالى .

١٠ ـ أخذت عينـه عشوائيه من الطلاب وكانت درجاتهم فى مادتى علم النفس وطرق التدريس كالآتى .

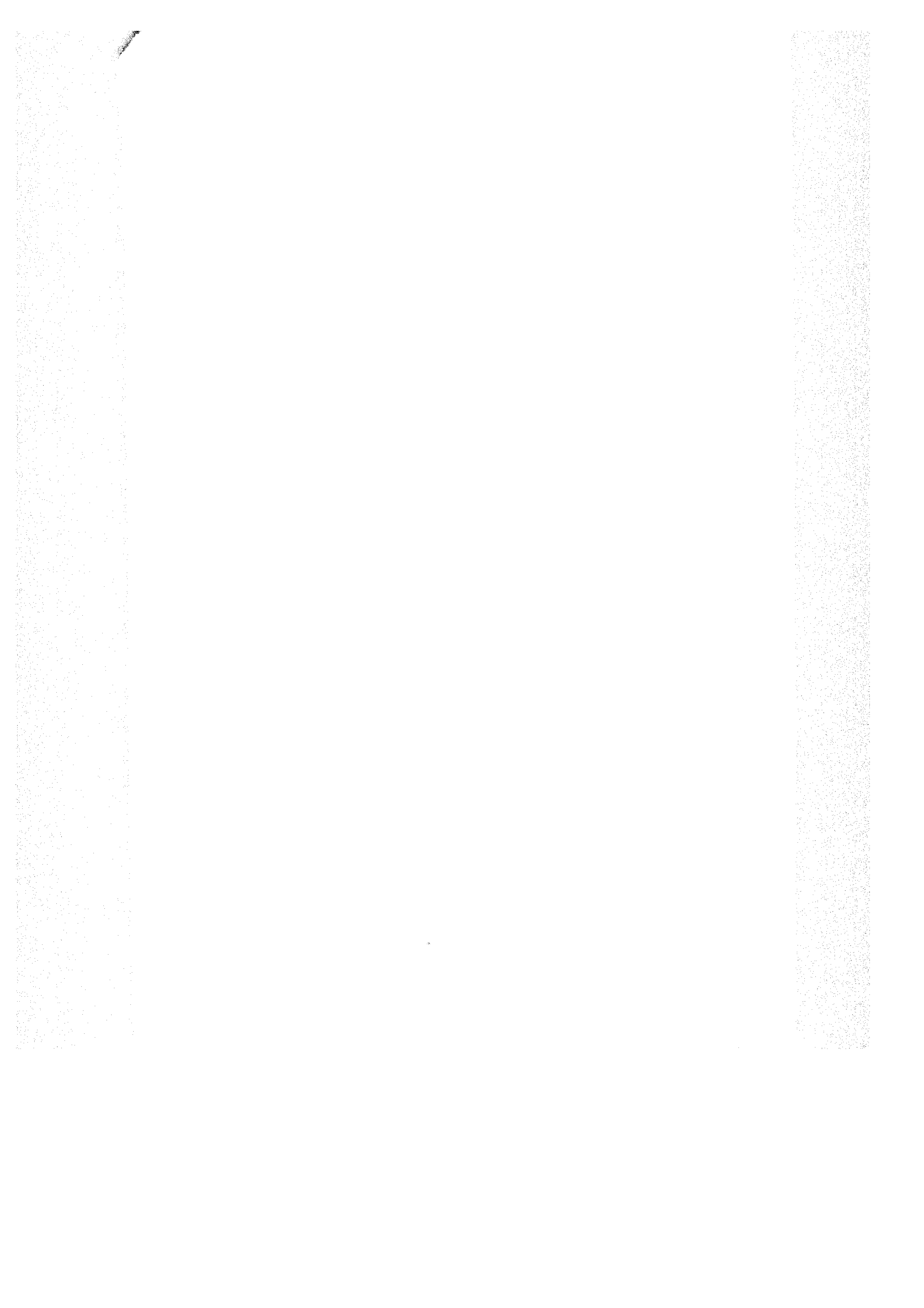
درجات ماده علم النفس	٢١	٢٤	٢٢	٢٣	٢٥
درجات طرق التدريس	١٥	١٣	١٢	١٤	١١

أوجد معامل الارتباط بأى طريقه تراها مع تفسير النانج

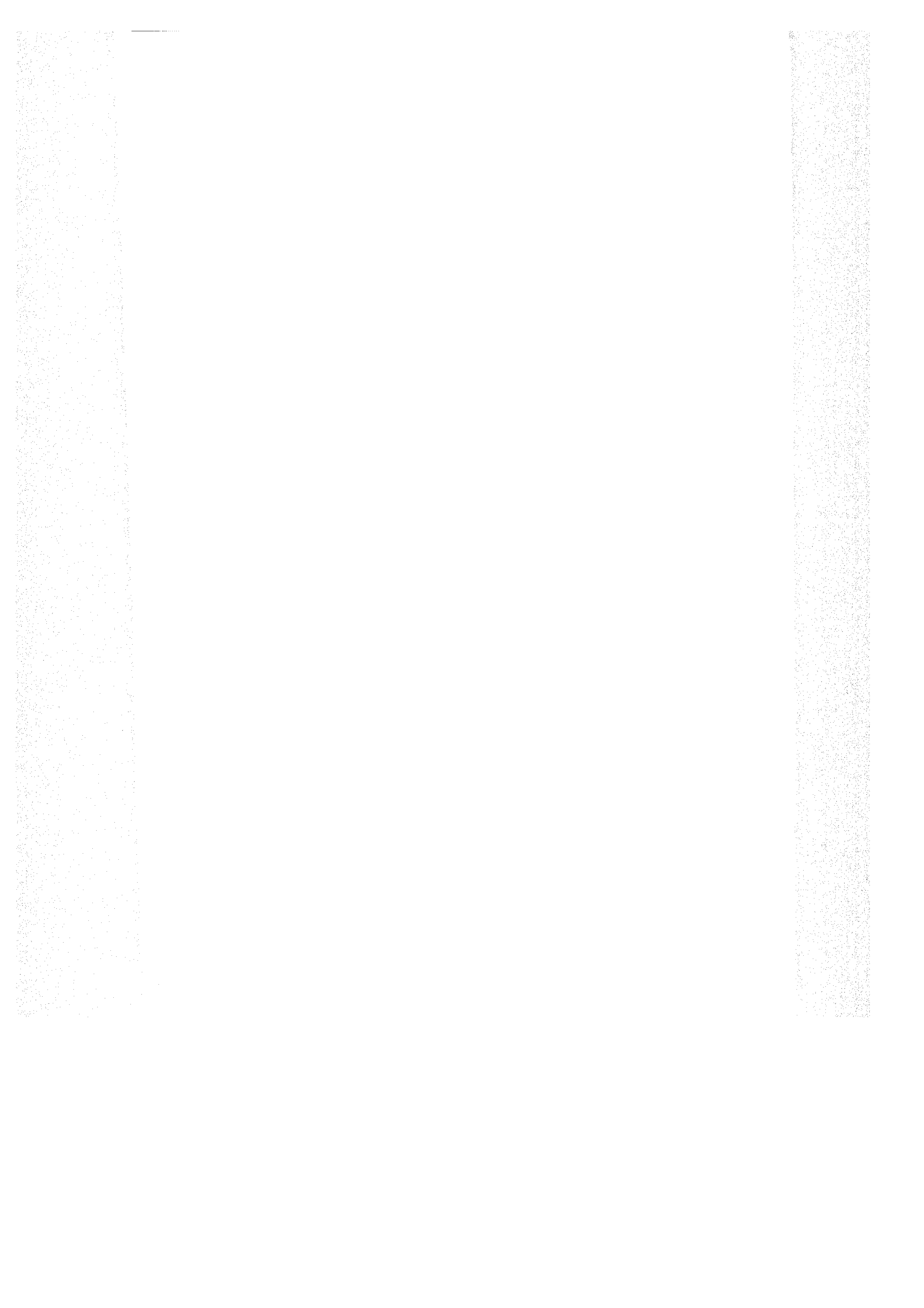
١١ ـ طبق أختبار القدره على التفكير الابتكارى على عشره تلاميذ مرتين وكانت النتائج كما يلى :

التلاميذ	أ	ب	حـ	د	هـ	و	ز	ح	ط	ى
التطبيق الاول	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٥	٤	٣
التطبيق الثانى	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٧	٦	٥

أحسب معامل ثبات الاختبار ثم وضح رأيك فى النتيجه التى تحصل عليها




الملاحق



الملاحق الملحق رقم (١)

الجدول الأول

جدول الأعداد العشوائية

٧٠ ٢١ ٩٠ ٠١ ٩٠	٥١ ٧٥ ٩٦ ٤٧ ٦٧	٣٠ ٨٠ ٨٥ ٢٦ ٢٨	٠٥ ٠٩ ٧٣ ٢٧ ٨١
٦٣ ٣٨ ٠٢ ٤٦ ٩٢	٨٦ ٢٠ ٠٨ ١٦ ٨٠	٦٢ ٩٥ ٠٣ ١٦ ٠٤	٨٣ ٩٥ ٢٤ ١٥ ٠٧
١٩ ٢٦ ٤٥ ٤٤ ٣١	١٢ ٣٦ ٣٥ ٦٧ ٦٦	٣٨ ٩٩ ٥٨ ٤٩ ٦٦	٨٣ ٩٨ ٢٢ ٠٣ ٣٢
٢٥ ٨٢ ٢٥ ٦٢ ٩٤	٩٧ ٤٦ ٣٧ ٠٨ ٤٢	٤٣ ٧٧ ٨٦ ٦٠ ٢٧	٠٨ ٤٤ ٣٢ ٩٠ ٠٦
٢٩ ٨٤ ٦٦ ٢٦ ٠٦	١١ ١٤ ٠٣ ٢٧ ٩٥	٠٧ ٧٨ ٤٧ ٨٥ ٧٥	٧٥ ٩٦ ٦١ ٢٥ ٩٥
٨٣ ٥٠ ٣٢ [illegible] ٠٣	٠٠ ٩٠ ٣٧ ٦٥ ٥٧	٩١ ٥٦ ٤٠ ٧١ ٣٩	٠٨ ٨٢ ٩٣ ١٠ ٩٢
٤١ ٤١ [illegible] [illegible] ٦٩	٠٨ ٠٦ ٤٢ ٩١ ٢٠	٢٨ ٩٦ ٨٩ ٦٧ ٣٨	٣٨ ٢٠ ٤١ ٦٨ ٠٨
٥٨ ٢٩ ١٤ ٥٤ ١٨	٠٦ ٩١ ٤٩ ٦٢ ٧٤	٣٨ ٥٥ ٣٥ ٩٣ ٩٧	٣٢ ٦٣ ٤٨ ٨٦ ٣١
٣٦ ٢١ ٨٨ ١٤ ٢٦	١٤ ٥٨ ٥٢ ٤٣ ٢٤	٤٧ ١٧ ٢٢ ٨٧ ٨٦	٤٢ ٠٥ ٨٠ ٣٨ ٠٩
٦٦ ٩٢ ١٧ ٧٤ ٣٤	٥٧ ٤٤ ٩٤ ٦٠ ١٣	٣٨ ٩٥ ٥٧ ٨٩ ٧٥	٧٦ ٧٠ ٤٠ ٤٨ ٤٠
١٥ ٤٨ ٥٦ ٣٣ ٨٣	٣٩ ٠٤ ٢٦ ٠٢ ٨٥	٥٧ ٢٨ ٢٩ ٢١ ٨٠	٦٠ ٠٠ ٤٣ ٨٥ ٣٩
٨١ ٨٣ ٢١ ٥٩ ٠٨	٣٦ ١٣ ٢٨ ٧٤ ٠٠	١١ ٨٧ ٣٢ ٤٥ ٥٣	٨١ ٧٨ ٤٩ ٩٨ ٣٤
٣٤ ٨٩ ٣٥ ٠٦ ٧٩	٠٣ ٨٢ ٤٣ ٠٠ ٣٢	٨٩ ٥٣ ٨٠ ٩٥ ٨٢	١٥ ٩٤ ٦٩ ٣٧ ٦٩
٧٤ ١٢ ٩٤ ٤٤ ٤٦	٦٨ ٣٠ ٥٧ ١١ ٠٧	٧١ ٥٧ ٠٢ ٦١ ٦٤	٠١ ٩٦ ٠٥ ٨٩ ٩٩
٨٧ ٠٧ ٨٠ ٣٥ ٥٢	٨٥ ٢٣ ٢٩ ٨١ ٤٩	٧٨ ٠٦ ٣٥ ٢٠ ٠٥	٩١ ٢٢ ٤٩ ٦٧ ٩٤
٦٥ ٥٧ ٠٧ ٨٥ ٦٦	٠١ ١٠ ٦٠ ٩٩ ٠٥	١١ ١٦ ٥٤ ٠٢ ٠٨	١٧ ٨٠ ٤٧ ٧٥ ٠٩
٤٦ ٥٤ ٠٠ ٤٠ ٠٥	٢٧ ٤٤ ٨٦ ٥٩ ٧٨	٩٦ ٥٩ ٦٦ ٢٠ ١٠	٢٢ ٢٨ ٥٩ ٤٣ ٢٣
٤٦ ٩٤ ٦٦ ٩٦ ٥٧	٤٤ ٣١ ٥٨ ١٤ ٧٧	١٩ ٤٩ ٤٦ ٩٥ ١٨	١٦ ٩٧ ٩٤ ٣٩ ٩٣
٢٥ ٣٠ ٦٥ ٢٨ ١٦	٥١ ٧٦ ٤٤ ٧٢ ٧٢	١٨ ٤١ ٤٣ ٥٨ ٤٠	٩٨ ٨١ ٤٩ ٢١ ٩٧
٠٦ ٧٩ ٥٦ ٥٢ ٥١	٥٢ ٢٢ ٤٠ ٠٦ ٢٦	٥٤ ٢٣ ٥٤ ٣٦ ٥٥	٩٤ ١٨ ٣١ ٦١ ١٢
٢٣ ٩٧ ٤٣ ٢١ ٤٤	٠٢ ٦٦ ٩٤ ٩٥ ٤١	٧٩ ٤٩ ٥٦ ٨١ ٩٨	٨٩ ٦٣ ٩٠ ٣٧ ٤١
٦٠ ٠٩ ٤٨ ٧٧ ٨٦	٠٧ ١٨ ٦٤ ٨٠ ٩٣	٢٣ ٠٢ ٦٢ ٩١ ٣٥	٦٤ ٢٨ ٦٩ ٥٤ ٧٢
٤٩ ٤١ ٩٥ ٩٠ ١٥	٨٩ ٩٤ ٧٩ ٨٤ ٥١	٤٣ ٩٧ ٠١ ٥٢ ٨٢	٢٨ ١٠ ٧٦ ٤٢ ٢٩
٩٧ ٣١ ٠٤ ٨٤ ٣٣	٦٤ ٧٢ ٩١ ٣٥ ٨٢	٣٦ ٧١ ٣٤ ٦٧ ٣٩	٢٣ ٦٧ ٣٢ ٠٥ ٦٣
٤٣ ٩٣ ٧٦ ٢٥ ٠٧	٢٤ ٢٤ ٢٦ ٢٧ ٠٣	١٢ ٤٥ ٠٧ ٦٦ ٤٦	٤١ ٠٨ ٣٢ ٦٠ ٠٤

تابع الأعداد العشوائية

٩٧ ٨٢ ١٠ ٥٠ ٨٤	١٠ ٥١ ١٩ ٧٦ ٤٢	٧٣ ٦٥ ٢٠ ٨٨ ٣٦	٠٥ ١٩ ٢٩ ٩١ ٧٢
٥٨ ٩٢ ٩٥ ٢٢ ٣١	٦٤ ٩٤ ٤٣ ١٨ ٥٦	٤٩ ٨٣ ١٢ ٦٨ ٣٣	١٧ ٩١ ٠٣ ٥٠ ٤٣
٩٧ ٦٨ ٦٤ ٥١ ٨٩	٠٠ ٩٤ ٥٩ ٧٢ ٥٨	٢٧ ١٧ ٧٥ ٠٧ ٣٤	٣٥ ٧٩ ٩٧ ٩٤ ٩٣
٢٦ ٩٠ ٢٣ ٧٨ ٠٤	٥٦ ٤٣ ٤٦ ٤٣ ٨٠	٧١ ٥٦ ٤٤ ٩٢ ٢٧	٠٠ ٦٧ ٢٦ ٣١ ٩٦
٤٠ ٣٥ ٥٣ ٠٧ ٠٥	٢٨ ٤٦ ١٤ ٢٩ ٦٦	٧٥ ٢٧ ١١ ٧٨ ٣٣	٢٤ ١١ ٠٣ ٠٤ ٧٢
٥٥ ٠٠ ٥١ ٨١ ٢٤	٠٥ ٧٧ ١٧ ٥٦ ٣٦	١٦ ٢٩ ٦٦ ٨٨ ٤٢	٣٨ ٦٨ ١٥ ٥٢ ٤٣
٣٧ ٣٨ ٠١ ١٢ ٣٦	٥٤ ٥٣ ٧٧ ٢٠ ٧١	٨٩ ٤٠ ٠٦ ٣٢ ٥٩	٩٤ ٩٦ ٦٧ ٦٢ ٣٧
٢٢ ٤٧ ٦٠ ٥١ ٩٣	٠٧ ٤٩ ٩٨ ١٨ ٦٨	٥٩ ٦٦ ٦٦ [illegible] [illegible]	٩١ ٩٠ ٦٠ ٧٣ ٨١
٦٨ ١٩ ١٣ ٥٠ ٤٢	٢٨ ٦٥ ٩١ ١٦ ٨٦	٩٢ ٠٩ ٦٥ ٦٩ ٩٧	٩٣ ٦٢ ٥٢ ٦٥ ٨٠
٣٣ ٠٩ ٧٩ ٢٨ ٨٧	٠٠ ٨١ ١٣ ٩٨ ٣٦	٤٩ ٠٢ ٠١ ١٨ [illegible]	٣٦ ٥١ ٥٤ ٢٤ ٥٨
٧٤ ٦٤ ١٢ ٠٨ ٤٧	٠٧ ٤٨ ٥٥ ٧٦ ٥٣	٥٨ ١٩ ٤٧ ٠٩ [illegible]	٦٥ ٧٠ ١١ ٩١ ٦٧
٠٤ ٠٧ ٣٨ ٨٨ ٤٩	٧٩ ٨٥ ٤٩ ١٨ ١٧	٩١ ٥٦ ٨٦ ٩٨ ٠٥	٦٧ ٧٥ ٥٨ ٠٦ ٠٣
٥٦ ٠٣ ٧٩ ٢٦ ٦٠	٩٩ ٦٩ ٩٦ ٠٦ ٩٥	٨٣ ٨٥ ٦٦ ٤٠ [illegible]	١٧ ٩٩ ٧٨ ٩٨ ٠٤
٤٢ ٠٠ ٥٨ ٨٨ ٣٨	١٦ ٠٧ ٤٥ ٠١ ٩٣	٣٧ ٦١ ١٣ ٣٩ ٧٩	٧٠ ٥٥ ٢٦ ٠٢ ٣٤
١٩ ٨٦ ٢٢ ١٥ ٤٩	٤٠ ٥٨ ٩٨ ١٩ ٣٧	٢٧ ١٥ ٦٤ ٩٦ ٨٣	٠٣ ٨٨ ٥٩ ٧١ ٣٨
٤٩ ٥١ ١٥ ٦٠ ٤٤	٣٨ ٣٠ ٠٣ ٤٩ ٦٤	٧١ ١٢ ٣٥ ١٩ ٤٦	٣٩ ٩٠ ٠٣ ٦٨ ١٧
٥٦ ٦٤ ٠٨ ٣٧ ٥٧	٠٩ ٦٥ ٦٤ ٢٠ ٦٩	٧٥ ١٩ ٤٩ ١٠ ٨٤	٩٧ ٦٥ ٧٩ ٧٢ ٨٣
١١ ٩١ ٨٤ ٧٢ ٤٤	٦٤ ١١ ٧٥ ٦١ ١٩	٩١ ١٠ ٢٠ ٨٦ ٦٥	٠٢ ٠٩ ٨٦ ٠٠ ٣٧
٣٦ ٠٤ ٩٩ ٦٨ ٣٦	٣١ ١٠ ٣٣ ٢٤ ٣٠	٦٥ ٢٧ ٤٤ ٠٢ ٠٠	٤٠ ٣٩ ٩٣ ٤٢ ٨٢
٧٢ ١٤ ٤٤ ٦٦ ٥١	٥٠ ١٧ ٢٥ ٠٩ ٥٨	٠١ ٣٩ ٤٨ ٤٧ ٠٩	٠٩ ٩٧ ٤٥ ١٣ ٨٥
٩٢ ٧١ ٢٥ ٩٨ ٩٢	٧٦ ١٧ ٩٥ ٩٨ ٨٣	٩٧ ٧٦ ٦٤ ٤٧ ٣٧	١٤ ٦٧ ٤٨ ٩٥ ٥٨
٩٣ ١٦ ١٠ ١٧ ٣٠	٦٥ ٦٦ ١٦ ٢٩ ٤٤	٢٤ ٧٨ ٤٤ ٤٧ ٣٨	٣١ ٥٥ ٤٧ ٠٤ ٠٧
٣٧ ٧٥ ٨٧ ٦٦ ٧٥	٨٦ ١٥ ٤١ ٨٨ ٥٩	٥٥ ٧٦ ٤١ ٤٣ ٧٨	٣٢ ٩٥ ٥٠ ٨٣ ٩٧
٠٦ ٠٨ ٨٨ ٤١ ٧٦	٩٥ ٣٦ ١٣ ٧٤ ٩٥	٩١ ٠٣ ٥٣ ٦٥ ٠٣	٠٩ ٨٦ ٠٦ ٥٦ ٩٧
٥٨ ٠٤ ٠٦ ٥٨ ٧٠	٠١ ١٢ ١٤ ٨٠ ٣١	٠٩ ٠٩ ٢٥ [illegible] ٣٣	٠٨ ٩٦ ٥٠ ٣٠ ٤٢

تابع الأعداد العشوائية

٢٣	٥٢	٤٠	٥٣	٣٨	٧٣	٩٨	٧٣	٥٣	٧٠	٥٣	٣٤	٢١	٦٩	٣٠	٠٠	٦٠	٨٤	٩٢	١٧
٠٨	٩٥	٧٥	٩٧	١٩	٤٨	٧٩	٨٤	٦٩	٠٦	٠٦	٤٦	٩١	٦١	٠٩	٣٥	٩٣	٧٣	٢١	١٥
٤٢	١٠	١٤	١٤	٤٢	٨١	٩٤	٩٧	٨١	٣٤	٦٣	٧٧	٥٦	٨٠	٢٣	٥٤	٩٥	٧٥	٠٢	٠٩
٤٩	٠٢	٥٣	٠٣	٠٠	٥٩	٣٣	٤٣	٠٣	١٠	٠٨	١٣	٦٦	٢٥	٩١	١٩	٦٣	٤٧	١٩	٨٨
٧٦	٥٦	٩٤	٣٧	٣٠	٧٣	٦٠	٥٧	٨٨	٣٤	٦٧	٤٤	٦٦	٤٢	١١	٦٩	٧٧	٤٣	٧٢	٧٣
٠٢	٤٦	٢٠	٩٨	٤٧	٨٧	١٠	٠٨	٦٤	١٨	٣٨	٩١	٠٧	١٤	٢٤	٠٦	٧٦	٦٤	٦١	٢٧
٢٩	٨٦	٥٦	٢٩	٣٧	٨٩	٩٠	٨٩	٦٠	٥٩	٣٣	١٥	٨٤	٦٣	١٠	٤٠	٠٠	٤٢	٢٠	٢٥
٩٦	٢٩	٥٥	٢٩	٦٨	٦٣	٤٠	٠٣	٧٧	٤٨	٦٧	٥٢	٩٩	٩٥	٨٩	٢٦	٧٩	٠٢	٦٧	٦٥
١٠	٦٩	١٤	٧٥	١٨	١١	٧٣	٠٦	٣٩	٦٧	٧٠	٥٠	٨٥	٥٢	٧٥	٥٢	٨٣	١٧	٧٥	٣٦
٩٤	٦٥	١٨	٦٩	٦٨	١٠	٣٠	٥٠	١٨	٨٨	٠٥	٩٦	٨٧	٢٣	٤٤	٥٣	٧٨	٢٣	٩٣	٦٣
٤١	٧١	٩٨	٤٢	٢٩	٦٩	٠٤	٩٩	٧٥	٣٠	٨٦	٧٨	٦٤	٣٦	٥٣	٥٤	٢٠	٥٢	٨٥	٨٤
٩٩	٠٨	٧٦	١٠	٩٦	٣٨	٦٥	٩٧	٧٩	٣١	٢٩	٢٩	٢٨	٧٩	٠٣	٤٩	٨٣	٢١	٧٩	٢٤
٠٠	٢١	٦٩	٣٩	٣٠	٧١	٩٢	٨٥	٤٧	٤٥	١١	٥٩	٩٥	٩٠	٤٣	٤٦	٩٤	١٣	١٥	٢٧
١٦	٦٤	٨٩	١٥	٦٦	١٢	٦٧	٠٣	٠٩	٨٥	٠٢	٣٦	٥٤	٥٣	١٢	٢٢	٠١	٩١	٦٠	٧٧
١٣	٠٦	٧٩	٨١	٢٧	٧٥	٣٨	٦٠	٠٤	٤٦	٩٩	١٧	٠١	٠٨	٢٦	٨١	٩٤	٨١	٢٨	٠٩
٢٩	٦٢	٢٢	٠٨	٠٤	٨٩	٠٩	٧٠	١٦	٠٣	٢٨	٧٢	٥٧	٦٧	٥٣	٤٧	٦١	١٢	١٩	٣١
٤٥	٨٩	٩٣	٥٦	٧٩	٦٠	١٣	٢٣	٩٢	٩٦	١٣	٦٩	٦٠	٩٠	٢٩	٥٣	٧٤	٥٢	٢٣	٨٨
٢٥	٧٣	٧٦	٢٩	٣٦	٦٣	٨٢	٢٨	٧٤	٤٤	٠٤	٢٣	٦٨	٧٨	٢٤	٦٩	٧٨	٩٠	٧١	٤٢
٠٢	٨٢	٣١	٩١	٧٩	٠٤	٥٨	٤٢	٢٤	٠٥	٢٢	٨٧	٧٥	٥٢	٠٤	٢٨	٢٧	٣٦	٣٠	٢٥
٢٢	٤٤	٩٧	٩٠	١٧	٢٧	٩٤	٨٤	٢٨	١٧	٠١	٦٠	٩٠	٢٩	٣٥	٢٨	٨٠	٨٤	٩٤	٢٤
١٢	٥٦	٧٣	٩٦	٦٥	٦٥	٧٩	٦٢	٣١	٥١	٨٤	٨٨	٢٧	٠٩	٨٥	٢٧	٩٠	٥٩	٨٩	٢٣
٥٥	٠١	٤٤	٩٧	٣٦	٥٤	٣٠	١٦	٦٢	٢٩	١٨	٠٥	٧١	٤١	٤٤	٨٣	٢٤	٠٠	١٢	٧٨
٦٤	٦٠	٥٣	٠٦	٩٥	١١	٥٣	٢١	٧٦	٢٥	٩٠	٤٣	٤٦	٩٤	٤٥	٥٧	٠٥	٤٩	٠٦	٤٨
٣٦	٢٦	٣٩	٢٩	٧٠	٤٥	٧٢	٦٠	٣٠	١٦	٨٩	٠٠	٧٤	٤٠	١٨	٩٠	٤٠	٢٠	٢٤	٥٦
٢٧	٢٦	٧٤	٨٤	٤٠	٨٣	٩٩	١٧	١٧	٤٨	٠١	٤٧	٩٤	٤٠	٤٣	٢٩	٩٦	٨٩	٦٨	٤١

تابع اعداد العشوائية

٣١ ٢٣ ٤٢ ٢٣ ٨٦	٨٣ ١٠ ٨١ ٤٠ ١١	٣٦ ٢٢ ٠٢ ٤٠ ٩٦	١٢ ٠١ ٢٧ ٦٦ ٠٦
٤٤ ٦١ ٩٦ ٣٨ ٤٨	٩٥ ٥٧ ٣١ ٧٥ ٧٦	٧٤ ٩٩ ٣٠ ٢٠ ٥٨	٩٧ ٨٤ ٥٤ ٦٦ ٥٨
٩٦ ٩٩ ٦٩ ٨٢ ٩٧	٥٢ ٩٩ ٠٢ ٠٢ ٣٩	٧١ ١٩ ٣٤ ٦٣ ٤٠	٤٤ ٥٩ ٥٥ ١٦ ٦٣
٢٥ ٨٦ ١٩ ٠٣ ٢١	٩٤ ٠٧ ٣٧ ٧٦ ٠٠	٠٩ ٥٤ ١٦ ٧٩ ٤٥	٠٢ ٩٠ ٩٧ ١٧ ٠٤
٩٥ ٦٢ ٧٦ ٤١ ٤٨	٠١ ٧١ ٤٩ ٥٩ ٧٨	٤٥ ٣٩ ٣٧ ٦٦ ٨٥	٩٣ ٤٨ ٥٢ ٠٤ ٧٣
٣٢ ٢٥ ٦١ ٨٦ ٢٦	٥٠ ٧٠ ٩٤ ٠٣ ٣٢	٧٨ ٧٨ ٩٨ ٩٨ ٣١	٤٧ ٧٤ ٥٥ ٠٠ ٩١
٩٦ ٥٩ ٤٦ ١٨ ٦٨	٥١ ٥٨ ٥٧ ١٧ ٢٦	٧٩ ٨٩ ٥٧ ٤٢ ٧١	٠٦ ٢٤ ٤٦ ٦٦ ٧٠
٢٨ ٥١ ٤٥ ٥٦ ٥٥	٧٦ ٠٨ ٤٥ ٩٠ ٠٦	٦٧ ٤٤ ٩٣ ٠٩ ٢٨	٩٨ ٥٥ ٥٥ ١٧ ٠٣
٥٧ ٧٤ ٤٥ ٨٣ ٩٨	٢٢ ٨٢ ٨٠ ٢٦ ٢٥	٢٧ ٠٢ ٧٩ ١٦ ٩٠	٧٥ ٧١- ٥٧ ٧١ ٨٧
١٥ ٢٧ ٩٢ ٤٨ ٢٥	٠٠ ٥٣ ٣٦ ٥٠ ٠٩	٠٩ ٤٤ ٤٠ ١١ ٤٠	٩٣ ٠٩ ٨٦ ٥٤ ٦٠
٠٨ ٥٩ ٤٥ ٢٤ ٦٥	٦٣ ٣٠ ٦٠ ٣٢ ٨٨	٢١ ٧٦ ٦٩ ٦٦ ٠٣	٦٤ ٨٧ ٦٥ ٠٦ ٢٥
٥٧ ٨٦ ٧٨ ٦٢ ١٤	١٣ ٩٩ ٨٦ ٨٢ ٦٣	٦٥ ٢٨ ٣٧ ٢٦ ٩٣	٩٨ ٠٥ ٧٦ ٩٤ ٥٥
١٥ ٨٤ ٥٣ ١٣ ٢٨	٦٣ ٦٩ ٠٠ ٦٣ ٩٦	٩٠ ٧٤ ٩٥ ٤٣ ٢٩	٠٥ ٢٧ ٤٢ ٧٠ ٩٧
٠٩ ٤٤ ٨٧ ٩٨ ٦٧	٥٢ ١٨ ٣٩ ٠٥ ٢٢	٨٦ ٥٩ ٤١ ٥٧ ٤٤	١٥ ٢٣ ٢٩ ٣٥ ٠٤
١٣ ٣٣ ٥٧ ٤٩ ٢٦	٣٥ ٩٤ ٠١ ٨٨ ١٦	٨١ ٠٦ ٦٤ ٥٣ ٢٠	٦٩ ٢٨ ٨٩ ٠٧ ٦٣
٢٦ ٤٣ ٥٨ ٧٧ ٩٦	٥١ ٢٢ ٩٩ ٧٥ ٢٤	٧٥ ٢٩ ١٠ ٦٢ ٨٢	٣٠ ١٨ ١٧ ٢١ ٤٠
٨٢ ٢٤ ٧٨ ١٠ ٥٤	٢٢ ١٩ ٠٧ ٦١ ٧١	٨٩ ٥١ ٤١ ٥٢- ٢٢	٥٦ ٨٠ ٨٦ ٢٩ ٢٧
٠٢ ٥٩ ١٠ ٠١ ٩٧	٩٦ ٥٩ ٧٤ ٥٥ [illegible]	٧٣ ٢٠ ٥٤ ٤٠ ٢٥	٤٥ ٩٥ ٥٨ ٨٥ ٢٧
٣٢ ٠١ ٢٧ ٠٥ ٤٥	٦٣ ٦٦ ٦٦ ٩١ ٠١	٠٢ ٤٨ ٩٠ ٠٣ ٩١	٢٧ ٢٩ ٣٦ ٦٨ ٤٤
١١ ٠٣ ٣٠ ٤٠ ٤٤	١٨ ٠٤ ٧٦ ٥٣ ٦٢	٤٠ ٢٢ ٣٢ ١٠ ٥٩	٤٢ ٢٠ ١٠ ٧٦ ٠٠
٥٢ ١٣ ٢٤ ١٨ ٢٧	١٩ ٥٦ ٢٠ ٧٩ ٤٦	٦٠ ٠٥ ٨٠ ٩٧ ٥٠	٢٩ ٦٥ ٤٧ ٨١ ٦٤
٥٦ ٢١ ٤٢ ٤٧ ١٣	٩٧ ١١ ٠٢ ٧٢ ٧٧	٠١ ٣٣ ٠٤ ٢٧ ٥٧	٩٦ ٨٢ ٥٩ ٦١ ٢٤
٦٧ ٢٨ ٧١ ١٧ ١٣	٤٧ ٩٧ ٤٩ ٩٠ ١١	٥٩ ٢٧ ١٠ ٢٨ ٣٦	٦٥ ٤٢ ٧٩ ٩٠ ٤٢
٠٨ ٥٦ ٦٠ ٨٥ ١٢	٠٨ ٩١ ٣٤ ٥٣ ٧٩	٧٠ ٩٥ ٣٢ ٠٤ ٦٠	٤٧ ١٧ ٦١ ٠٥ ٨٢
٣٦ ٢٨ ٠٥ ٦٦ ٨٠	٥٤ ٢٦ ٧٣ ١٥ ٠٠	٠١ ١٩ ٣٣ ٧٥ ٤٦	٩٩ ١٤ ٨٣ ٥٦ ٨٧

ملحق ـ ٢

المساحات أسفل المنحنى الاعتدالى (كنسب من المساحة الكلية) بين المحور المتوسط والمحاور على أبعاد معيارية مختلفة سه

	٠٫٠٠	٠٫٠١	٠٫٠٢	٠٫٠٣	٠٫٠٤	٠٫٠٥	٠٫٠٦	٠٫٠٧	٠٫٠٨	٠٫٠٩
٠٫٠	٫٠٠٠٠	٫٠٠٤٠	٫٠٠٨٠	٫٠١٢٠	٫٠١٦٠	٫٠١٩٩	٫٠٢٣٩	٫٠٢٧٩	٫٠٣١٩	٫٠٣٥٩
٠٫١	٫٠٣٩٨	٫٠٤٣٨	٫٠٤٧٨	٫٠٥١٧	٫٠٥٥٧	٫٠٥٩٦	٫٠٦٣٦	٫٠٦٧٥	٫٠٧١٤	٫٠٧٥٣
٠٫٢	٫٠٧٩٣	٫٠٨٣٢	٫٠٨٧١	٫٠٩١٠	٫٠٩٤٨	٫٠٩٨٧	٫١٠٢٦	٫١٠٦٤	٫١١٠٣	٫١١٤١
٠٫٣	٫١١٧٩	٫١٢١٧	٫١٢٥٥	٫١٢٩٣	٫١٣٣١	٫١٣٦٨	٫١٤٠٦	٫١٤٤٣	٫١٤٨٠	٫١٥١٧
٠٫٤	٫١٥٥٤	٫١٥٩١	٫١٦٢٨	٫١٦٦٤	٫١٧٠٠	٫١٧٣٦	٫١٧٧٢	٫١٨٠٨	٫١٨٤٤	٫١٨٧٩
٠٫٥	٫١٩١٥	٫١٩٥٠	٫١٩٨٥	٫٢٠١٩	٫٢٠٥٤	٫٢٠٨٨	٫٢١٢٣	٫٢١٥٧	٫٢١٩٠	٫٢٢٢٤
٠٫٦	٫٢٢٥٧	٫٢٢٩١	٫٢٣٢٤	٫٢٣٥٧	٫٢٣٨٩	٫٢٤٢٢	٫٢٤٥٤	٫٢٤٨٦	٫٢٥١٧	٫٢٥٤٩
٠٫٧	٫٢٥٨٠	٫٢٦١١	٫٢٦٤٢	٫٢٦٧٣	٫٢٧٠٤	٫٢٧٣٤	٫٢٧٦٤	٫٢٧٩٤	٫٢٨٢٣	٫٢٨٥٢
٠٫٨	٫٢٨٨١	٫٢٩١٠	٫٢٩٣٩	٫٢٩٦٧	٫٢٩٩٥	٫٣٠٢٣	٫٣٠٥١	٫٣٠٧٨	٫٣١٠٦	٫٣١٣٣
٠٫٩	٫٣١٥٩	٫٣١٨٥	٫٣٢١٢	٫٣٢٣٨	٫٣٢٦٤	٫٣٢٩٠	٫٣٣١٥	٫٣٣٤٠	٫٣٣٦٥	٫٣٣٨٩
١٫٠	٫٣٤١٣	٫٣٤٣٨	٫٣٤٦١	٫٣٤٨٥	٫٣٥٠٨	٫٣٥٣١	٫٣٥٥٤	٫٣٥٧٧	٫٣٥٩٩	٫٣٦٢١
١٫١	٫٣٦٤٣	٫٣٦٦٥	٫٣٦٨٦	٫٣٧٠٨	٫٣٧٢٩	٫٣٧٢٩	٫٣٧٧٠	٫٣٧٩٠	٫٣٨١٠	٫٣٨٣٠
١٫٢	٫٣٨٤٩	٫٣٨٦٩	٫٣٨٨٨	٫٣٩٠٧	٫٣٩٢٥	٫٣٩٤٤	٫٣٩٦٢	٫٣٩٨٠	٫٣٩٩٧	٫٤٠١٥
١٫٣	٫٤٠٣٢	٫٤٠٤٩	٫٤٠٦٦	٫٤٠٨٢	٫٤٠٩٩	٫٤١١٥	٫٤١٣١	٫٤١٤٧	٫٤١٦٢	٫٤١٧٧
١٫٤	٫٤١٩٢	٫٤٢٠٧	٫٤٢٢٢	٫٤٢٣٦	٫٤٢٥١	٫٤٢٦٥	٫٤٢٧٩	٫٤٢٩٢	٫٤٣٠٦	٫٤٣١٩
١٫٥	٫٤٣٣٢	٫٤٣٤٥	٫٤٣٥٧	٫٤٣٧٠	٫٤٣٨٣	٫٤٣٩٤	٫٤٤٠٦	٫٤٤١٨	٫٤٤٢٩	٫٤٤٤١

تابع – ملحق ٢

	.٠٠	.٠١	.٠٢	.٠٣	.٠٤	.٠٥	.٠٦	.٠٧	.٠٨	.٠٩
١.٦	.٤٤٥٢	.٤٤٦٣	.٤٤٧٤	.٤٤٨٤	.٤٤٩٥	.٤٥٠٥	.٤٥١٥	.٤٥٢٥	.٤٥٣٥	.٤٥٤٥
١.٧	.٤٥٥٤	.٤٥٦٤	.٤٥٧٣	.٤٥٨٢	.٤٥٩١	.٤٥٩٩	.٤٦٠٨	.٤٦١٦	.٤٦٢٥	.٤٦٣٣
١.٨	.٤٦٤١	.٤٦٤٩	.٤٦٥٦	.٤٦٦٤	.٤٦٧١	.٤٦٧٨	.٤٦٨٦	.٤٦٩٣	.٤٦٩٩	.٤٧٠٦
١,٩	.٤٧١٣	.٤٧١٩	.٤٧٢٦	.٤٧٣٢	.٤٧٣٨	.٤٧٤٤	.٤٧٥٠	.٤٧٥٦	.٤٧٦١	.٤٧٦٧
٢,—	.٤٧٧٢	.٤٧٧٨	.٤٧٨٣	.٤٧٨٨	.٤٧٩٣	.٤٧٩٨	.٤٨٠٣	.٤٨٠٨	.٤٨١٢	.٤٨١٧
٢,١	.٤٨٢١	.٤٨٢٦	.٤٨٣٠	.٤٨٣٤	.٤٨٣٨	.٤٨٤٢	.٤٨٤٦	.٤٨٥٠	.٤٨٥٤	.٤٨٥٧
٢.٢	.٤٨٦١	.٤٨٦٤	.٤٨٦٨	.٤٨٧١	.٤٨٧٥	.٤٨٧٨	.٤٨٨١	.٤٨٨٤	.٤٨٨٧	.٤٨٩٠
٢,٣	.٤٨٩٣	.٤٨٩٦	.٤٨٩٨	.٤٩٠١	.٤٩٠٤	.٤٩٠٦	.٤٩٠٩	.٤٩١١	.٤٩١٣	.٤٩١٦
٢,٤	.٤٩١٨	.٤٩٢٠	.٤٩٢٢	.٤٩٢٥	.٤٩٢٧	.٤٩٢٩	.٤٩٣١	.٤٩٣٢	.٤٩٣٤	.٤٩٣٦
٢,٥	.٤٩٣٨	.٤٩٤٠	.٤٩٤١	.٤٩٤٣	.٤٩٤٥	.٥٩٤٦	.٤٩٤٨	.٤٩٤٩	.٤٩٥١	.٤٩٥٢
٢,٦	.٤٩٥٣	.٤٩٥٥	.٤٩٥٦	.٤٩٥٧	.٤٩٥٩	.٤٩٦١	.٤٩٦١	.٤٩٦٢	.٤٩٦٣	.٤٩٦٤
٢,٧	.٤٩٦٥	.٤٩٦٦	.٤٩٦٧	.٤٩٦٨	.٤٩٦٩	.٤٩٧٠	.٤٩٧١	.٤٩٧٢	.٤٩٧٣	.٤٩٧٤
٢.٨	.٤٩٧٤	.٤٩٧٥	.٤٩٧٦	.٤٩٧٧	.٤٩٧٧	.٤٩٧٨	.٤٩٧٩	.٤٩٧٩	.٤٩٨٠	.٤٩٨١
٢.٩	.٤٩٨١	.٤٩٨٢	.٤٩٨٢	.٤٩٨٣	.٤٩٨٤	.٤٩٨٤	.٤٩٨٥	.٤٩٨٥	.٤٩٨٦	.٤٩٨٦
٣.—	.٤٩٨٧	—	—		—	—	—	—	—	—
٣,٥	.٤٩٩٨				—	—	—	—	—	—
٤,—	.٤٩٩٩		—	—	—	—	—	—	—	—

ملحق ـ ٣

المحاور أسفل المنحنى الاعتدالى (كنسب من المحور المتوسط) على مسافات معيارية متباينة من المتوسط

	.٠٠	.٠١	.٠٢	.٠٣	.٠٤	.٠٥	.٠٦	.٠٧	.٠٨	.٠٩
٠.٠	١.٠٠٠٠٠	١.٠٠٠٠٠	.٩٩٩٨	.٩٩٩٦	.٩٩٩٢	.٩٩٨٨	.٩٩٨٢	.٩٩٧٦	.٩٩٦٨	.٩٩٦٠
٠.١	.٩٩٥٠	.٩٩٤٠	.٩٩٢٨	.٩٩١٦	.٩٩٠٣	.٩٨٨٨	.٩٨٧٣	.٩٨٥٧	.٩٨٣٩	.٩٨٢١
٠.٢	.٩٨٠٢	.٩٧٨٢	.٩٧٦١	.٩٧٣٩	.٩٧١٦	.٩٦٩٢	.٩٦٦٨	.٩٦٤٢	.٩٦١٦	.٩٥٨٨
٠.٣	.٩٥٦٠	.٩٥٣١	.٩٥٠١	.٩٤٧٠	.٩٤٨٣	.٩٤٠٦	.٩٣٧٣	.٩٣٣٨	.٩٣٠٣	.٩٢٦٨
٠.٤	.٩٢٣١	.٩١٩٤	.٩١٥٩	.٩١١٧	.٩٠٧٧	.٩٠٣٧	.٨٩٩٦	.٨٩٥٤	.٨٩١٢	.٨٨٦٩
٠.٥	.٨٨٢٥	.٨٧٨١	.٨٧٣٥	.٨٦٩٠	.٨٦٤٣	.٨٥٩٦	.٨٥٤٩	.٨٥٠١	.٨٤٥٢	.٨٤٠٣
٠.٦	.٨٣٥٣	.٨٣٠٢	.٨٢٥١	.٨٢٠٠	.٨١٤٨	.٨٠٩٦	.٨٠٤٣	.٧٩٩٠	.٧٩٣٦	.٧٨٨٢
.٧	.٧٨٢٧	.٧٧٧٢	.٧٧١٧	.٨٦٦١	.٧٦٠٥	.٧٥٤٨	.٧٤٩٢	.٧٤٣٥	.٧٣٧٧	.٧٣١٩
.٨	.٧٢٦٢	.٧٢٠٣	.٧١٥٤	.٧٠٨٦	.٧٠٢٧	.٦٩٦٨	.٦٩٠٩	.٦٨٤٩	.٦٧٩٠	.٦٧٣٠
.٩	.٦٦٧٠	.٦٦١٠	.٦٥٥٠	.٦٤٨٩	.٦٤٢٩	.٦٣٦٨	.٦٣٠٨	.٦٢٤٧	.٦١٨٧	.٦١٢٦
١.—	.٦٠٦٥	.٦٠٠٥	.٥٩٤٤	.٥٨٨٣	.٥٨٢٣	.٥٧٦٢	.٥٧٠٢	.٥٦٤١	.٥٥٨١	.٥٥٢١
١.١	.٥٤٦١	.٥٤٠١	.٥٣٤١	.٥٢٨١	.٥٢٢٢	.٥١٦٢	.٥١٠٣	.٥٠٤٤	.٤٩٨٥	.٤٩٢٦
١.٢	.٤٨٦٨	.٤٨٠٩	.٤٧٥١	.٤٦٩٣	.٤٦٣٦	.٤٥٧٨	.٤٥٢١	.٤٤٦٤	.٤٤٠٨	.٤٣٥٢
١.٣	.٤٢٩٦	.٤٢٤٠	.٤١٨٥	.٤١٢٩	.٤٠٧٥	.٤٠٢٠	.٣٩٦٦	.٣٩١٢	.٣٨٥٩	.٣٨٠٦
١.٤	.٣٧٥٣	.٣٧٠١	.٣٦٤٩	.٣٥٩٧	.٣٥٤٦	.٣٤٩٥	.٣٤٤٥	.٣٣٩٤	.٣٣٤٥	.٣٢٩٥
١.٥	.٣٢٤٧	.٣١٩٨	.٣١٥٠	.٣١٠٢	.٣٠٥٥	.٣٠٠٨	.٢٩٦٢	.٢٩١٦	.٢٨٧٠	.٢٨٢٥
١.٦	.٢٧٨٠	.٢٧٣٦	.٢٦٩٢	.٢٦٤٩	.٢٦٠٦	.٢٥٦٣	.٢٥٢١	.٢٤٨٠	.٢٤٣٩	.٢٣٩٨

تابع — ملحق *

	.٠٠	.٠١	.٠٢	.٠٣	.٠٤	.٠٥	.٠٦	.٠٧	.٠٨	.٠٩
١.٧	.٢٣٥٨	.٢٣١٨	.٢٢٨١	.٢٢٣٩	.٢٢٠١	.٢١٦٣	.٢١٢٥	.٢٠٨٨	.٢٠٥١	.٢٠١٥
١.٨	.١٩٧٩	.١٩٤٤	.١٩٠٩	.١٨٧٤	.١٨٤٠	.١٨٠٦	.١٧٧٣	.١٧٤٠	.١٧٠٨	.١٦٧٦
١.٩	.١٦٤٥	.١٦١٤	.١٥٨٤	.١٥٥٣	.١٥٢٣	.١٤٩٤	.١٤٦٥	.١٤٣٦	.١٤٠٨	.١٣٨١
٢.٠	.١٣٥٣	.١٣٢٧	.١٣٠٠	.١٢٧٤	.١٢٤٨	.١٢٢٣	.١١٩٨	.١١٧٤	.١١٥٠	.١١٢٦
٢.١	.١١٠٣	.١٠٨٠	.١٠٥٧	.١٠٣٥	.١٠١٣	.٠٩٩١	.٠٩٧٠	.٠٩٥٠	.٠٩٢٩	.٠٩٠٩
٢.٢	.٠٨٨٩	.٠٨٧٠	.٠٨٥١	.٠٨٣٢	.٠٨١٤	.٠٧٩٦	.٠٧٧٨	.٠٧٦٠	.٠٧٤٣	.٠٧٢٧
٢.٣	.٠٧١٠	.٠٦٩٤	.٠٦٧٨	.٠٦٦٢	.٠٦٤٧	.٠٦٣٢	.٠٦١٧	.٠٦٠٣	.٠٥٨٩	.٠٥٧٥
٢.٤	.٠٥٦١	.٠٥٤٨	.٠٥٣٥	.٠٥٢٢	.٠٥١٠	.٠٤٩٧	.٠٤٨٥	.٠٤٧٣	.٠٤٦٢	.٠٤٥١
٢.٥	.٠٤٣٩	.٠٤٢٩	.٠٤١٨	.٠٤٠٧	.٠٣٩٧	.٠٣٨٧	.٠٣٧٨	.٠٣٦٨	.٠٣٥٨	.٠٣٤٩
٢.٦	.٠٣٤١	.٠٣٣٢	.٠٣٢٣	.٠٣١٥	.٠٣٠٧	.٠٢٩٩	.٠٢٩١	.٠٢٨٣	.٠٢٧٦	.٠٢٦٨
٢.٧	.٠٢٦١	.٠٢٥٤	.٠٢٤٧	.٠٢٤١	.٠٢٣٤	.٠٢٢٨	.٠٢٢٢	.٠٢١٦	.٠٢١٠	.٠٢٠٤
٢.٨	.٠١٩٨	.٠١٩٣	.٠١٨٨	.٠١٨٢	.٠١٧٧	.٠١٧٢	.٠١٦٧	.٠١٦٣	.٠١٥٨	.٠١٥٤
٢.٩	.٠١٤٩	.٠١٤٥	.٠١٤١	.٠١٣٧	.٠١٣٣	.٠١٢٩	.٠١٢٥	.٠١٢٢	.٠١١٨	.٠١١٥
٣.٠	.٠١١١	—	—	—	—	—	—	—	—	—

ملحق — ٤

جدول المربعات والجذور التربيعية للأعداد ١ — ٢٠٠

العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي
١	١	١,٠٠٠	٢٦	٦٧٦	٥.٠٩٩	٥١	٢٦٠١	٧,١٤١
٢	٤	١.٤١٤	٢٧	٧٢٩	٥,١٩٦	٥٢	٢٧٠٤	٧.٢١١
٣	٩	١.٧٣٢	٢٨	٧٨٤	٥.٢٩٢	٥٣	٢٨٠٩	٧.٢٨٠
٤	١٦	٢.٠٠٠	٢٩	٨٤١	٥.٣٨٥	٥٤	٢٩١٦	٧.٣٤٨
٥	٢٥	٢.٢٣٦	٣٠	٩٠٠	٥.٤٧٧	٥٥	٣٠٢٥	٧.٤١٦
٦	٣٦	٢.٤٤٩	٣١	٩٦١	٥.٥٦٨	٥٦	٣١٣٦	٧.٤٨٣
٧	٤٩	٢.٦٤٦	٣٢	١٠٢٤	٥.٦٥٧	٥٧	٣٢٤٩	٧.٥٥٠
٨	٦٤	٢.٨٢٨	٣٣	١٠٨٩	٥.٧٤٥	٥٨	٣٣٦٤	٧.٦١٦
٩	٨١	٣.٠٠٠	٣٤	١١٥٦	٥.٨١٣	٥٩	٣٤٨١	٧.٦٨١
١٠	١٠٠	٣.١٦٢	٣٥	١٢٢٥	٥.٩١٦	٦٠	٣٦٠٠	٧.٧٤٦
١١	١٢١	٣.٣١٧	٣٦	١٢٩٦	٦.٠٠٠	٦١	٣٧٢١	٧.٨١٠
١٢	١٤٤	٣,٤٦٤	٣٧	١٣٦٩	٦.٠٨٣	٦٢	٣٨٤٤	٧.٨٧٤
١٣	١٦٩	٣.٦٠٦	٣٨	١٤٤٤	٦,١٦٤	٦٣	٣٩٦٩	٧,٩٣٧
١٤	١٩٦	٣.٧٤٢	٣٩	١٥٢١	٦,٢٤٥	٦٤	٤٠٩٦	٨,٠٠٠
١٥	٢٢٥	٣.٨٧٣	٤٠	١٦٠٠	٦.٣٢٥	٦٥	٤٢٢٥	٨.٠٦٢
١٦	٢٥٦	٤.٠٠٠	٤١	١٦٨١	٦,٤٠٣	٦٦	٤٣٥٦	٨,١٢٤
١٧	٢٨٩	٤.١٢٣	٤٢	١٧٦٤	٦.٤١٨	٦٧	٤٤٨٩	٨,١٨٥
١٨	٣٢٤	٤.٢٤٣	٤٣	١٨٤٩	٦,٥٥٧	٦٨	٤٦٢٤	٨,٢٤٦
١٩	٣٦١	٤.٣٥٩	٤٤	١٩٣٦	٦,٦٣٣	٦٩	٤٧٦١	٨,٣٠٧
٢٠	٤٠٠	٤,٤٧٢	٤٥	٢٠٢٥	٦.٧٠٨	٧٠	٤٩٠٠	٨,٣٦٧
٢١	٤٤١	٤.٥٨٣	٤٦	٢١١٦	٦,٧٨٢	٧١	٥٠٤١	٨,٤٢٦
٢٢	٤٨٤	٤.٦٩٠	٤٧	٢٢٠٩	٦,٨٥٦	٧٢	٥١٨٤	٨,٤٨٥
٢٣	٥٢٩	٤,٧٩٦	٤٨	٢٣٠٤	٦,٩٢٨	٧٣	٥٣٢٩	٨,٥٤٤
٢٤	٥٧٦	٤,٨٩٩	٤٩	٢٤٠١	٧,٠٠٠	٧٤	٥٤٧٦	٨,٦٠٢
٢٥	٦٢٥	٥,٠٠٠	٥٠	٢٥٠٠	٧,٠٧١	٧٥	٥٦٢٥	٨,٦٦[illegible]

تابع – ملحق ٤

العدد	المربع	الجذر التربيعى	العدد	المربع	الجذر التربيعى	العدد	المربع	الجذر التربيعى
٧٦	٥٧٧٦	٨,٧١٨	١٠١	١٠٢٠١	١٠,٠٥٠	١٢٦	١٥٨٧٦	١١,٢٢٥
٧٧	٥٩٢٩	٨,٧٧٥	١٠٢	١٠٤٠٤	١٠,١٠٠	١٢٧	١٦١٢٩	١١,٢٦٩
٧٨	٦٠٨٤	٨,٨٣٢	١٠٣	١٠٦٠٩	١٠,١٤٩	١٢٨	١٦٣٨٤	١١,٣١٤
٧٩	٦٢٤١	٨,٨٨٨	١٠٤	٩٠٨١٦	١٠,١٩٨	١٢٩	١٦٦٤١	١١,٣٥٨
٨٠	٦٤٠٠	٨,٩٤٤	١٠٥	١١٠٢٥	١٠,٢٤٧	١٣٠	١٦٩٠٠	١١,٤٠٢
٨١	٦٥٦١	٩,٠٠٠	١٠٦	١١٢٣٦	١٠,٢٩٦	١٣١	١٧١٦١	١١,٤٤٦
٨٢	٦٧٢٤	٩,٠٥٥	١٠٧	١١٤٤٩	١٠,٣٤٤	١٣٢	١٨٤٢٤	١١,٤٨٩
٨٣	٦٨٨٩	٩,١١٠	١٠٨	١١٦٦٤	١٠,٣٩٢	١٣٣	١٧٦٨٩	١١,٥٣٣
٨٤	٧٠٥٦	٩,١٦٥	١٠٩	١١٨٨١	١٠,٤٤٠	١٣٤	١٧٩٥٦	١١,٥٧٦
٨٥	٧٢٢٥	٩,٢٢٠	١١٠	١٢١٠٠	١٠,٤٨٨	١٣٥	١٨٢٢٥	١١,٦١٩
٨٦	٧٣٩٦	٩,٢٧٤	١١١	١٢٣٢١	١٠,٥٣٦	١٣٦	١٨٤٩٦	١١,٦٦٢
٨٧	٧٥٦٩	٩,٣٢٧	١١٢	١٢٥٤٤	١٠,٥٨٣	١٣٧	١٨٧٦٩	١١,٧٠٥
٨٨	٧٧٤٤	٩,٣٨١	١١٣	١٢٧٦٩	١٠,٦٣٠	١٣٨	١٩٠٤٤	١١,٧٤٧
٨٩	٧٩٢١	٩,٤٣٤	١١٤	١٢٩٩٦	١٠,٦٧٧	١٣٩	١٩٣٢١	١١,٧٩٠
٩٠	٨١٠٠	٩,٤٨٧	١١٥	١٣٢٢٥	١٠,٧٢٤	١٤٠	١٩٦٠٠	١١,٨٣٢
٩١	٨٢٨١	٩,٥٣٩	١١٦	١٣٤٥٦	١٠,٧٧٠	١٤١	١٩٨٨١	١١,٨٧٤
٩٢	٨٤٦٤	٩,٥٩٢	١١٧	١٣٦٨٩	١٠,٨١٧	١٤٢	٢٠١٦٤	١١,٩١٦
٩٣	٨٦٤٩	٩,٦٤٤	١١٨	١٣٩٢٤	١٠,٨٦٣	١٤٣	٢٠٤٤٩	١١,٩٥٨
٩٤	٨٨٣٦	٩,٦٩٥	١١٩	١٤١٦١	١٠,٩٠٩	١٤٤	٢٠٧٣٦	١٢,٠٠٠
٩٥	٩٠٢٥	٩,٧٤٧	١٢٠	١٤٤٠٠	١٠,٩٥٤	١٤٥	٢١٠٢٥	١٢,٠٤٢
٩٦	٩٢١٦	٩.٧٩٨	١٢١	١٤٦٤١	١١,٠٠٠	١٤٦	٢١٣١٦	١٢,٠٨٣
٩٧	٩٤٠٩	٩,٨٤٩	١٢٢	١٤٨٨٤	١١,٠٤٥	١٤٧	٢١٦٠٩	١٢,١٢٤
٩٨	٩٦٠٤	٩,٨٩٩	١٢٣	١٥١٢٩	١١,٠٩١	١٤٨	٢١٩٠٤	١٢,١٦٦
٩٩	٩٨٠١	٩,٩٥٠	١٢٤	١٥٣٧٦	١١,١٣٦	١٤٩	٢٢٢٠١	١٢,٢٠٧
١٠٠	١٠٠٠٠	١٠,٠٠٠	١٢٥	١٥٦٢٥	١١,١٨٠	١٥٠	٢٢٥٠٠	١٢,٢٤٧

تابع – ملحق ٤

العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي	العدد	المربع	الجذر التربيعي
١٥١	٢٢٨٠١	١٢.٢٨٨	١٧١	٢٩٢٤١	١٣.٠٧٧	١٨٦	٣٤٥٩٦	١٣.٦٣٨
١٥٢	٢٣١٠٤	١٢.٣٢٩	١٧٢	٢٩٥٨٤	١٣.١١٥	١٨٧	٣٤٩٦٩	١٣.٦٧٥
١٥٣	٢٣٤٠٩	١٢.٣٦٩	١٧٣	٢٩٩٢٩	١٣.١٥٣	١٨٨	٣٥٣٤٤	١٣.٧١١
١٥٤	٢٣٧١٦	١٢.٤١٠	١٧٤	٣٠٢٧٦	١٣.١٩١	١٨٩	٣٥٧٢١	١٣.٧٤٨
١٥٥	٢٤٠٢٥	١٢.٤٥٠	١٧٥	٣٠٦٢٥	١٣.٢٢٩	١٩٠	٣٦١٠٠	١٣.٧٨٤
١٥٦	٢٤٣٣٦	١٢.٤٩٠	١٧٦	٣٠٩٧٦	١٣.٢٦٦	١٩١	٣٦٤٨١	١٣.٨٢٠
١٥٧	٢٤٦٤٩	١٢.٥٣٠	١٧٧	٣١٣٢٩	١٣.٣٠٤	١٩٢	٣٦٨٦٤	١٣.٨٥٦
١٥٨	٢٤٩٦٤	١٢.٥٧٠	١٧٨	٣١٦٨٤	١٣.٣٤٢	١٩٣	٣٧٢٤٩	١٣.٨٩٢
١٥٩	٢٥٢٨١	١٢.٦١٠	١٧٩	٣٢٠٤١	١٣.٣٧٩	١٩٤	٣٧٦٣٦	١٣.٩٢٨
١٦٠	٢٥٦٠٠	١٢.٦٤٩	١٨٠	٣٢٤٠٠	١٣.٤١٦	١٩٥	٣٨٠٢٥	١٣.٩٦٤
١٦١	٢٥٩٢١	١٢.٦٨٩	١٨١	٣٢٧٦١	١٣.٤٥٤	١٩٦	٣٨٤١٦	١٤.٠٠٠
١٦٢	٢٦٢٤٤	١٢.٧٢٨	١٨٢	٣٣١٢٤	١٣.٤٩١	١٩٧	٣٨٨٠٩	١٤.٠٣٦
١٦٣	٢٦٥٦٩	١٢.٧٦٧	١٨٣	٣٣٤٨٩	١٣.٥٢٨٠	١٩٨	٣٩٢٠٤	١٤,٠٧١
١٦٤	٢٦٨٩٦	١٢.٨٠٦	١٨٤	٣٣٨٥٦	١٣,٥٦٥	١٩٩	٣٩٦٠١	١٤,١٠٧
١٦٥	٢٧٢٢٥	١٢.٨٤٥	١٨٥	٣٤٢٢٥	١٣.٦٠١	٢٠٠	٤٠٠٠٠	١٤.١٤٢
١٦٦	٢٧٥٥٦	١٢.٨٨٤						
١٦٧	٢٧٨٨٩	١٢.٩٢٣						
١٦٨	٢٨٢٢٤	١٢,٩٦١						
١٦٩	٢٨٥٦١	١٣,٠٠٠						
١٧٠	٢٨٩٠٠	١٣.٠٣٨						

الملحق رقم (٥)

الجدول الثالث

جدول الدلالة الإحصائية لمعاملات الارتباط

درجات الحرية ن-٢	٩٥٪ ثقة ٥٪ شك	٩٩٪ ثقة ١٪ شك
١	٠,٩٩٧	١,٠٠٠
٢	٠,٩٥٠	٠,٩٩٠
٣	٠,٨٧٨	٠,٩٥٩
٤	٠,٨١١	٠,٩١٧
٥	٠,٧٥٤	٠,٨٧٤
٦	٠,٧٠٧	٠,٨٣٤
٧	٠,٦٦٦	٠,٧٩٨
٨	٠,٦٣٢	٠,٧٦٥
٩	٠,٦٠٢	٠,٧٣٥
١٠	٠,٥٧٦	٠,٧٠٨
١١	٠,٥٥٣	٠,٦٨٤
١٢	٠,٥٣٢	٠,٦٦١
١٣	٠,٥١٤	٠,٦٤١
١٤	٠,٤٩٧	٠,٦٢٣
١٥	٠,٤٨٢	٠,٦٠٦
١٦	٠,٤٦٨	٠,٥٩٠
١٧	٠,٤٥٦	٠,٥٧٥
١٨	٠,٤٤٤	٠,٥٦١
١٩	٠,٤٣٣	٠,٥٤٩
٢٠	٠,٤٢٣	٠,٥٣٧
٢١	٠,٤١٣	٠,٥٢٦
٢٢	٠,٤٠٤	٠,٥١٥
٢٣	٠,٣٩٦	٠,٥٠٥

درجات الحرية ن-٢	٩٥٪ ثقة ٥٪ شك	٩٩٪ ثقة ١٪ شك
٢٤	٠,٣٨٨	٠,٤٩٦
٢٥	٠,٣٨١	٠,٤٨٧
٢٦	٠,٣٧٤	٠,٤٧٨
٢٧	٠,٣٦٧	٠,٤٧٠
٢٨	٠,٣٦١	٠,٤٦٣
٢٩	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٣٠	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٣٥	٠,٣٢٥	٠,٤١٨
٤٠	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
٤٥	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢
٥٠	٠,٢٧٣	٠,٣٥٤
٦٠	٠,٢٥٠	٠,٣٢٥
٧٠	٠,٢٣٢	٠,٣٠٢
٨٠	٠,٢١٧	٠,٢٨٣
٩٠	٠,٢٠٥	٠,٢٦٧
١٠٠	٠,١٩٥	٠,٢٥٤
١٢٥	٠,١٧٤	٠,٢٢٨
١٥٠	٠,١٥٩	٠,٢٠٨
٢٠٠	٠,١٣٨	٠,١٨١
٣٠٠	٠,١١٣	٠,١٤٨
٤٠٠	٠,٠٩٨	٠,١٢٨
٥٠٠	٠,٠٨٨	٠,١١٥
١٠٠٠	٠,٠٦٢	٠,٠٨١

الملحق رقم (٦)

الجدول الثانى « جدول ت »

مبوبة طبقا لاحتمالات (ح) ودرجات حرية (ن) معلومة

ن / ح	٠,١	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
١	٦,٣١٤	١٢,٧٠٦	٣١,٨٢١	٦٣,٦٥٧
٢	٢,٩٢٠	٤,٣٠٣	٦,٩٦٥	٩,٩٢٥
٣	٢,٣٥٣	٣,١٨٢	٤,٥٤١	٥,٨٤١
٤	٢,١٣٢	٢,٧٧٦	٣,١٤٧	٤,٦٠٤
٥	٢,٠١٥	٢,٥٧١	٣,٣٦٥	٤,٠٣٢
٦	١,٩٤٣	٢,٤٤٧	٣,١٤٣	٣,٧٠٧
٧	١,٨٩٥	٢,٣٦٥	٢,٩٩٨	٣,٤٩٩
٨	١,٨٦٠	٢,٣٠٦	٢,٨٩٦	٣,٣٥٥
٩	١,٨٣٣	٢,٢٦٢	٢,٨٢١	٣,٢٥٠
١٠	١,٨١٢	٢,٢٢٨	٢,٧٦٤	٣,١٦٩
١١	١,٧٩٦	٢,٢٠١	٢,٧١٨	٣,١٠٦
١٢	١,٧٨٢	٢,١٧٩	٢,٦٨١	٣,٠٥٥
١٣	١,٧٧١	٢,١٦٠	٢,٦٥٠	٣,٠١٢
١٤	١,٧٦١	٢,١٤٥	٢,٦٢٤	٢,٩٧٧
١٤	١,٧٦١	٢,١٤٥	٢,٦٢٤	٢,٩٧٧
١٥	١,٧٥٣	٢,١٣١	٢,٦٠٢	٢,٩٤٧
١٦	١,٧٤٦	٢,١٢٠	٢,٥٨٣	٢,٩٢١
١٧	١,٧٤٠	٢,١١٠	٢,٥٦٧	٢,٨٩٨
١٨	١,٧٣٤	٢,١٠١	٢,٥٥٢	٢,٨٧٨
١٩	١,٧٢٩	٢,٠٩٣	٢,٥٣٩	٢,٨٦١
٢٠	١,٧٢٥	٢,٠٨٦	٢,٥٢٨	٢,٨٤٥
٢١	١,٧٢١	٢,٠٨٠	٢,٥١٨	٢,٨٣١
٢٢	١,٧١٧	٢,٠٧٤	٢,٥٠٨	٢,٨١٩
٢٣	١,٧١٤	٢,٠٦٩	٢,٥٠٠	٢,٨٠٧
٢٤	١,٧١١	٢,٠٦٤	٢,٤٩٢	٢,٧٩٧
٢٥	١,٧٠٨	٢,٠٦٠	٢,٤٨٥	٢,٧٨٧
٢٦	١,٧٠٦	٢,٠٥٦	٢,٤٧٩	٢,٧٧٩
٢٧	١,٧٠٣	٢,٠٥٢	٢,٤٧٣	٢,٧٧١
٢٨	١,٧٠١	٢,٠٤٨	٢,٤٦٧	٢,٧٦٣
٢٩	١,٦٩٩	١,٠٤٥	٢,٤٦٢	٢,٧٥٦
٣٠	١,٦٩٧	٢,٠٤٢	٢,٤٥٧*	٢,٧٥٠
٣٥		٢,٠٣٠		٢,٧٢٤
٤٠		٢,٠٢١		٢,٧٠٤
٤٥		٢,٠١٤		٢,٦٩٠
٥٠		٢,٠٠٨		٢,٦٧٨
٥٠		٢,٠٠٨		٢,٦٧٨
٦٠		٢,٠٠٠		٢,٦٦٠
٧٠		١,٩٩٤		٢,٦٤٨
٨٠		١,٩٩٠		٢,٦٣٨
٩٠		١,٩٨٧		٢,٦٣٢
١٠٠		١,٩٨٤		٢,٦٢٦
∞	١,٦٤٥	١,٩٦٠	٢,٣٢٦	٢,٥٧٦

الملحق رقم (٢)

الجدول الرابع

جدول احتمال الحصول على قيمة كا ٢ المبينة بالجدول بطريق الصدفة

درجات حرية النسبة العالية (درجات حرية التباين الصغير)	درجات حرية التباين الكبير ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	حدود الدلالة الإحصائية
١٤	٤,٦٠	٣,٧٤	٣,٣٤	٣,١١	٢,٩٦	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٠	٢,٦٥	٢,٦٠	٢,٥٦	٢,٥٣	,٩٥
	٨,٨٦	٦,٥١	٥,٥٦	٥,٠٣	٤,٦٩	٤,٤٦	٤,٢٨	٤,١٤	٤,٠٣	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨٠	,٩٩
١٥	٤,٥٤	٣,٦٨	٣,٢٩	٣,٠٦	٢,٩٠	٢,٧٩	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٨	,٩٥
	٨,٦٨	٦,٣٦	٥,٤٢	٤,٨٩	٤,٥٦	٤,٣٢	٤,١٤	٤,٠٠	٣,٨٩	٣,٨٠	٣,٧٣	٣,٦٧	,٩٩
١٦	٤,٤٩	٣,٦٣	٣,٢٤	٣,٠١	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٩	٢,٥٤	٢,٤٩	٢,٤٥	٢,٤٢	,٩٥
	٨,٥٣	٦,٢٣	٥,٢٩	٤,٧٧	٤,٤٤	٤,٢٠	٤,٠٣	٣,٨٩	٣,٧٨	٣,٦٩	٣,٦١	٣,٥٥	,٩٩
١٧	٤,٤٥	٣,٥٩	٣,٢٠	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٥	٢,٥٠	٢,٤٥	٢,٤١	٢,٣٨	,٩٥
	٨,٤٠	٦,١١	٥,١٨	٤,٦٧	٤,٣٤	٤,١٠	٣,٩٣	٣,٧٩	[illegible]	٣,٥٩	[illegible]	[illegible]	,٩٩
١٨	٤,٤١	٣,٥٥	٣,١٦	٢,٩٣	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٧	٢,٣٤	,٩٥
	٨,٢٨	٦,٠١	٥,٠٩	٤,٥٨	٤,٢٥	٤,٠١	٣,٨٥	٣,٧١	٣,٦٠	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٣٧	,٩٩
١٩	٤,٣٨	٣,٥٢	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٣	٢,٥٥	٢,٤٨	٢,٤٣	٢,٣٨	٢,٣٤	٢,٣١	,٩٥
	٨,١٨	٥,٩٣	٥,٠١	٤,٥٠	٤,١٧	٣,٩٤	٣,٧٧	٣,٦٣	٣,٥٢	٣,٤٣	٣,٣٦	٣,٣٠	,٩٩
٢٠	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥٢	٢,٤٥	٢,٤٠	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٨	٠
	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧١	٣,٥٦	٣,٤٥	٣,٣٧	٣,٣٠	٣,٢٣	,٩٩
٢١	٤,٣٢	٣,٤٧	٣,٠٧	٢,٨٤	٢,٦٨	٢,٥٧	٢,٤٩	٢,٤٢	٢,٣٧	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٥	,٩٥
	٨,٠٢	٥,٧٨	٤,٨٧	٤,٣٧	٤,٠٤	٣,٨١	٣,٦٥	٣,٥١	٣,٤٠	٣,٣١	٣,٢٤	٣,١٧	,٩٩
٢٢	٤,٣٠	٣,٤٤	٣,٠٥	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٤٠	٢,٣٥	٢,٣٠	٢,٢٦	٢,٢٣	,٩٥
	٧,٩٤	٥,٧٢	٤,٨٢	٤,٣١	٣,٩٩	٣,٧٦	٣,٥٩	٣,٤٥	٣,٣٥	٣,٢٦	٣,١٨	٣,١٢	,٩٩
٢٣	٤,٢٨	٣,٤٢	٣,٠٣	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥٣	٢,٤٥	٢,٣٨	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢٠	,٩٥
	٧,٨٨	٥,٦٦	٤,٧٦	٤,٢٦	٣,٩٤	٣,٧١	٣,٥٤	٣,٤١	٣,٣٠	٣,٢١	٣,١٤	٣,٠٧	,٩٩
٢٤	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٣	٢,٣٦	٢,٣٠	٢,٢٦	٢,٢٢	٢,١٨	,٩٥
	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٥	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٣	,٩٩
٢٥	٤,٢٤	٣,٣٨	٢,٩٩	٢,٧٦	٢,٦٠	٢,٤٩	٢,٤١	٢,٣٤	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢٠	٢,١٦	,٩٥
	٧,٧٧	٥,٥٧	٤,٦٨	٤,١٨	٣,٨٦	٣,٦٣	٣,٤٦	٣,٣٢	٣,٢١	٣,١٣	٣,٠٥	٢,٩٩	,٩٩
٢٦	٤,٢٢	٣,٣٧	٢,٩٨	٢,٧٤	٢,٥٩	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٢	٢,٢٧	٢,٢٢	٢,١٨	٢,١٥	,٩٥
	٧,٧٢	٥,٥٣	٤,٦٤	٤,١٤	٣,٨٢	٣,٥٩	٣,٤٢	٣,٢٩	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٢	٢,٩٦	,٩٩

تابع احتمال الحصول على قيمة كا٢ المبينة بالجدول بطريق الصدفة

درجات الحرية	احتمال الحصول على قيمة كا٢ المبينة بالجدول بطريق الصدفة						
	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠١
١	١,٠٧٤	١,٦٤٢	٢,٧٠٦	٣,٨٤١	٥,٤١٢	٦,٦٣٥	١٠,٨٢٧
٢	٢,٤٠٨	٣,٢١٩	٤,٦٠٥	٥,٩٩١	٧,٨٢٤	٩,٢١٠	١٣,٨١٥
٣	٣,٦٦٥	٤,٦٤٢	٦,٢٥١	٧,٨١٥	٩,٨٣٧	١١,٣٤٥	١٦,٢٦٨
٤	٤,٨٧٨	٥,٩٨٩	٧,٧٧٩	٩,٤٨٨	١١,٦٦٨	١٣,٢٧٧	١٨,٤٦٥
٥	٦,٠٦٤	٧,٢٨٩	٩,٢٣٦	١١,٠٧٠	١٣,٣٨٨	١٥,٠٨٦	٢٠,٥١٧
٦	٧,٢٣١	٨,٥٥٨	١٠,٦٤٥	١٢,٥٩٢	١٥,٠٣٣	١٦,٨١٢	٢٢,٤٥٧
٧	٨,٣٨٣	٩,٨٠٣	١٢,٠١٧	١٤,٠٦٧	١٦,٦٢٢	١٨,٤٧٥	٢٤,٣٢٢
٨	٩,٥٢٤	١١,٠٣٠	١٣,٣٦٢	١٥,٥٠٧	١٨,١٦٨	٢٠,٠٩٠	٢٦,١٢٥
٩	١٠,٦٥٦	١٢,٢٤٢	١٤,٦٨٤	١٦,٩١٩	١٩,٦٧٩	٢١,٦٦٦	٢٧,٨٧٧
١٠	١,١٧٨١	١٣,٤٤٢	١٥,٩٨٧	١٨,٣٠٧	٢١,١٦١	٢٣,٢٠٩	٢٩,٥٨٨
١١	١٢,٨٩٩	١٤,٦٣١	١٧,٢٧٥	١٩,٦٧٥	٢٢,٦١٨	٢٤,٧٢٥	٣١,٢٦٤
١٢	١٤,٠١١	١٥,٨١٢	١٨,٥٤٩	٢١,٠٢٦	٢٤,٠٥٤	٢٦,٢١٧	٣٢,٩٠٩
١٣	١٥,١١٩	١٦,٩٨٥	١٩,٨١٢	٢٢,٣٦٢	٢٥,٤٧٢	٢٧,٦٨٨	٣٤,٥٢٨
١٤	١٦,٢٢٢	١٨,١٥١	٢١,٠٦٤	٢٣,٦٨٥	٢٦,٨٧٣	٢٩,١٤١	٣٦,١٢٣
١٥	١٧,٣٢٢	١٩,٣١١	٢٢,٣٠٧	٢٤,٩٩٦	٢٨,٢٥٩	٣٠,٥٧٨	٣٧,٦٩٧
١٦	١٨,٤١٨	٢٠,٤٦٥	٢٣,٥٤٢	٢٦,٢٩٦	٢٩,٦٣٣	٣٢,٠٠٠	٣٩,٢٥٢
١٧	١٩,٥١١	٢١,٦١٥	٢٤,٧٦٩	٢٧,٥٨٧	٣٠,٩٩٥	٣٣,٤٠٩	٤٠,٧٩٠
١٨	٢٠,٦٠١	٢٢,٧٦٠	٢٥,٩٨٩	٢٨,٨٦٩	٣٢,٣٤٦	٣٤,٨٠٥	٤٢,٣١٢
١٩	٢١,٦٨٩	٢٣,٩٠٠	٢٧,٢٠٤	٣٠,١٤٤	٣٣,٦٨٧	٣٦,١٩١	٤٣,٨٢٠
٢٠	٢٢,٧٧٥	٢٥,٠٣٨	٢٨,٤١٢	٣١,٤١٠	٣٥,٠٢٠	٣٧,٥٦٦	٤٥,٣١٥
٢١	٢٣,٨٥٨	٢٦,١٧١	٢٩,٦١٥	٣٢,٦٧١	٣٦,٣٤٣	٣٨,٩٣٢	٤٦,٧٩٧
٢٢	٢٤,٩٣٩	٢٧,٣٠١	٣٠,٨١٣	٣٣,٩٢٤	٣٧,٦٥٩	٤٠,٢٨٩	٤٨,٢٦٨
٢٣	٢٦,٠١٨	٢٨,٤٢٩	٣٢,٠٠٧	٣٥,١٧٢	٣٨,٩٦٨	٤١,٦٣٨	٤٩,٧٢٨
٢٤	٢٧,٠٩٦	٢٩,٥٥٣	٣٣,١٩٦	٣٦,٤١٥	٤٠,٢٧٠	٤٢,٩٨٠	٥١,١٧٩
٢٥	٢٨,١٧٢	٣٠,٦٧٥	٣٤,٣٨٢	٣٧,٦٥٢	٤١,٥٦٦	٤٤,٣١٤	٥٢,٦٢٠
٢٦	٢٩,٢٤٦	٣١,٧٩٥	٣٥,٥٦٣	٣٨,٨٨٥	٤٢,٨٥٦	٤٥,٦٤٢	٥٤,٠٥٢
٢٧	٣٠,٣١٩	٣٢,٩١٢	٣٦,٧٤١	٤٠,١١٣	٤٤,١٤٠	٤٦,٩٦٣	٥٥,٤٧٦
٢٨	٣١,٣٩١	٣٤,٠٢٧	٣٧,٩١٦	٤١,٣٣٧	٤٥,٤١٩	٤٨,٢٧٨	٥٦,٨٩٣
٢٩	٣٢,٤٦١	٣٥,١٣٩	٣٩,٠٨٧	٤٢,٥٥٧	٤٦,٦٩٣	٤٩,٥٨٨	٥٨,٣٠٢
٣٠	٣٣,٥٣٠	٣٦,٢٥٠	٤٠,٢٥٦	٤٣,٧٧٣	٤٧,٩٦٢	٥٠,٨٩٢	٥٩,٧٠٣

تابع جدول احتمال الحصول على قيمة كا٢ المبنية بالجدول بطريق الصدفة

درجات الحرية	إحتمال الحصول على قيمة كا٢ المبنية بالجدول بطريق الصدفة						
	٠,٩٩	٠,٩٨	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠	٠,٥٠
١	,٠٠٠١٥٧	,٠٠٠٦٢٨	,٠٠٣٩٣	,٠١٥٨	٠,٠٦٤٢	٠,١٤٨	٠,٤٥٥
٢	,٠٢٠١	,٠٤٠٤	,١٠٣	,٢١١	٠,٤٤٦	٠,٧١٣	١,٣٨٦
٣	,١١٥	,١٨٥	,٣٥٢	,٥٨٤	١,٠٠٥	١,٤٢٤	٢,٣٦٦
٤	,٢٩٧	,٤٢٩	,٧١١	١,٠٦٤	١,٦٤٩	٢,١٩٥	٣,٣٥٧
٥	,٥٥٤	,٧٥٢	١,١٤٥	١,٦١٠	٢,٣٤٣	٣,٠٠٠	٤,٣٥١
٦	٠,٨٧٢	١,١٣٤	١,٦٣٥	٢,٢٠٤	٣,٠٧٠	٣,٨٢٨	٥,٣٤٨
٧	١,٢٣٩	١,٥٦٤	٢,١٦٧	٢,٨٣٣	٣,٨٢٢	٤,٦٧١	٦,٣٤٦
٨	١,٦٤٦	٢,٠٣٢	٢,٧٣٣	٣,٤٩٠	٤,٥٩٤	٥,٥٢٧	٧,٣٤٤
٩	٢,٠٨٨	٢,٥٣٢	٣,٣٢٥	٤,١٦٨	٥,٣٨٠	٦,٣٠٣	٨,٣٤٣
١٠	٢,٥٥٨	٣,٠٥٩	٣,٩٤٠	٤,٨٦٥	٦,١٧٩	٧,٢٦٧	٩,٣٤٢
١١	٣,٠٥٣	٣,٦٠٩	٤,٥٧٥	٥,٥٧٨	٦,٩٨٩	٨,١٤٨	١٠,٣٤١
١٢	٣,٥٧١	٤,١٧٨	٥,٢٢٦	٦,٣٠٤	٧,٨٠٧	٩,٠٣٤	١١,٣٤٠
١٣	٤,١٠٧	٤,٧٦٥	٥,٨٩٢	٧,٠٤٢	٨,٦٣٤	٩,٩٢٦	١٢,٣٤٠
١٤	٤,٦٦٠	٥,٣٦٨	٦,٥٧١	٧,٧٩٠	٩,٤٦٧	١٠,٨٢١	١٣,٣٣٩
١٥	٥,٢٢٩	٥,٩٨٥	٧,٢٦١	٨,٥٤٧	١٠,٣٠٧	١١,٧٢١	١٤,٣٣٩
١٦	٥,٨١٢	٦,٦١٤	٧,٩٦٢	٩,٣١٢	١١,١٥٢	١٢,٦٢٤	١٥,٣٣٨
١٧	٦,٤٠٨	٧,٢٥٥	٨,٦٧٢	١٠,٠٨٥	١٢,٠٠٢	١٣,٥٣١	١٦,٣٣٨
١٨	٧,٠١٥	٧,٩٠٦	٩,٣٩٠	١٠,٨٦٥	١٢,٨٥٧	١٤,٤٤٠	١٧,٣٣٨
١٩	٧,٦٣٣	٨,٥٦٧	١٠,١١٧	١١,٦٥١	١٣,٧١٦	١٥,٣٥٢	١٨,٣٣٨
٢٠	٨,٢٦٠	٩,٢٣٧	١٠,٨٥١	١٢,٤٤٣	١٤,٥٧٨	١٦,٢٦٦	١٩,٣٣٧
٢١	٨,٨٩٧	٩,٩١٥	١١,٥٩١	١٣,٢٤٠	١٥,٤٤٥	١٧,١٨٢	٢٠,٣٣٧
٢٢	٩,٥٤٢	١٠,٦٠٠	١٢,٣٣٨	١٤,٠٤١	١٦,٣١٤	١٨,١٠١	٢١,٣٣٧
٢٣	١٠,١٩٦	١١,٢٩٣	١٣,٠٩١	١٤,٨٤٨	١٧,١٨٧	١٩,٠٢١	٢٢,٣٣٧
٢٤	١٠,٨٥٦	١١,٩٩٢	١٣,٨٤٨	١٥,٦٥٩	١٨,٠٦٢	١٩,٩٤٣	٢٣,٣٣٧
٢٥	١ ,٥٢٤	١٢,٦٩٧	١٤,٦١١	١٦,٤٧٣	١٨,٩٤٠	٢٠,٨٦٧	٢٤,٣٣٧
٢٦	١٢,١٩٨	١٣,٤٠٩	١٥,٣٧٩	١٧,٢٩٢	١٩,٨٢٠	٢١,٧٩٢	٢٥,٣٣٦
٢٧	١٢,٨٧٩	١٤,١٢٥	١٦,١٥١	١٨,١١٤	٢٠,٧٠٣	٢٢,٧١٩	٢٦,٣٣٦
٢٨	١٣,٥٦٥	١٤,٨٤٧	١٦,٩٢٨	١٨,٩٣٩	٢١,٥٨٨	٢٣,٦٤٧	٢٢,٣٣٦
٢٩	١٤,٢٥٦	١٥,٥٧٤	٧١,٧٠٨	١٩,٧٦٨	٢٢,٤٧٥	٢٤,٥٧٧	٢٨,٣٣٦
٣٠	١٤,٩٥٣	١٦,٣٠٦	١٨,٤٩٣	٢٠,٥٩٩	٢٣,٣٦٤	٢٥,٥٠٨	٢٩,٣٣٦

الملحق رقم (٨)

الجدول الخامس

جدول الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية (درجات حرية التباين الصغير)	درجات حرية التباين الكبير ١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	حدود الدلالة الاحصائية
١	٢٤٥	٢٤٦	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥١	٢٥٢	٢٥٣	٢٥٣	٢٥٤	٢٥٤	٢٥٤	,٩٥
	٦١٤٢	٦١٦٩	٦٢٠٨	٦٢٣٤	٦٢٥٨	٦٢٨٦	٦٣٠٢	٦٣٢٣	٦٣٣٤	٦٣٥٢	٦٣٦١	٦٣٦٦	,٩٩
٢	١٩,٤٢	١٩,٤٣	١٩,٤٤	١٩,٤٥	١٩,٤٦	١٩,٤٧	١٩,٤٧	١٩,٤٨	١٩,٤٩	١٩,٤٩	١٩,٥٠	١٩,٥٠	,٩٥
	٩٩,٤٣	٩٩,٤٤	٩٩,٤٥	٩٩,٤٦	٩٩,٤٧	٩٩,٤٨	٩٩,٤٨	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٥٠	٩٩,٥٠	,٩٩
٣	٨,٧١	٨,٦٩	٨,٦٦	٨,٦٤	٨,٦٢	٨,٦٠	٨,٥٨	٨,٥٧	٨,٥٦	٨,٥٤	٨,٥٤	٨,٥٣	,٩٥
	٢٦,٩٢	٢٦,٨٣	٢٦,٦٩	٢٦,٦٠	٢٦,٥٠	٢٦,٤١	٢٦,٣٥	٢٦,٢٧	٢٦,٢٣	٢٦,١٨	٢٦,١٤	٢٦,١٢	,٩٩
٤	٥,٨٧	٥,٨٤	٥,٨٠	٥,٧٧	٥,٧٤	٥,٧١	٥,٧٠	٥,٦٨	٥,٦٦	٥,٦٥	٥,٦٤	٥,٦٣	,٩٥
	١٤,٢٤	١٤,١٥	١٤,٠٢	١٣,٩٣	١٣,٨٣	١٣,٧٤	١٣,٦٩	١٣,٦١	١٣,٥٧	١٣,٥٢	١٣,٤٨	١٣,٤٦	,٩٩
٥	٤,٦٤	٤,٦٠	٤,٥٦	٤,٥٣	٤,٥٠	٤,٤٦	٤,٤٤	٤,٤٢	٤,٤٠	٤,٣٨	٤,٣٧	٤,٣٦	,٩٥
	٩,٧٧	٩,٦٨	٩,٥٥	٩,٤٧	٩,٣٨	٩,٢٩	٩,٢٤	٩,١٧	٩,١٣	٩,٠٧	٩,٠٤	٩,٠٢	,٩٩
٦	٣,٩٦	٣,٩٢	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٧	٣,٧٥	٣,٧٢	٣,٧١	٣,٦٩	٣,٦٨	٣,٦٧	,٩٥
	٧,٦٠	٧,٥٢	٧,٣٩	٧,٣١	٧,٢٣	٧,١٤	٧,٠٩	٧,٠٢	٦,٩٩	٦,٩٤	٦,٩٠	٦,٨٨	,٩٩
٧	٣,٥٢	٣,٤٩	٣,٤٤	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٢٩	٣,٢٨	٣,٢٥	٣,٢٤	٣,٢٣	,٩٥
	٦,٣٥	٦,٢٧	٦,١٥	٦,٠٧	٥,٩٨	٥,٩٠	٥,٨٥	٥,٧٨	٥,٧٥	٥,٧٠	٥,٦٧	٥,٦٥	,٩٩
٨	٣,٢٣	٣,٢٠	٣,١٥	٣,١٢	٣,٠٨	٣,٠٥	٣,٠٣	٣,٠٠	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٣	,٩٥
	٥,٥٦	٥,٤٨	٥,٣٦	٥,٢٨	٥,٢٠	٥,١١	٥,٠٦	٥,٠٠	٤,٩٦	٤,٩١	٤,٨٨	٤,٨٦	,٩٩
٩	٣,٠٢	٢,٩٨	٢,٩٣	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٨٠	٢,٧٧	٢,٧٦	٢,٧٣	٢,٧٢	٢,٧١	,٩٥
	٥,٠٠	٤,٩٢	٤,٨٠	٤,٧٣	٤,٦٤	٤,٥٦	٤,٥١	٤,٤٥	٤,٤١	٤,٣٦	٤,٣٣	٤,٣١	,٩٩
١٠	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٧	٢,٦٤	٢,٦١	٢,٥٩	٢,٥٦	٢,٥٥	٢,٥٤	,٩٥
	٤,٦٠	٤,٥٢	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,١٢	٤,٠٥	٤,٠١	٣,٩٦	٣,٩٣	٣,٩١	,٩٩
١١	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٥٠	٢,٤٧	٢,٤٥	٢,٤٢	٢,٤١	٢,٤٠	,٩٥
	٤,٢٩	٤,٢١	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨٠	٣,٧٤	٣,٧٠	٣,٦٦	٣,٦٢	٣,٦٠	,٩٩
١٢	٢,٦٤	٢,٦٠	٢,٥٤	٢,٥٠	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٦	٢,٣٥	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠	,٩٥
	٤,٠٥	٣,٩٨	٣,٨٦	٣,٧٨	٣,٧٠	٣,٦١	٣,٥٦	٣,٤٩	٣,٤٦	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٦	,٩٩
١٣	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٣٨	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٦	٢,٢٤	٢,٢٢	٢,٢١	,٩٥
	٣,٨٥	٣,٧٨	٣,٦٧	٣,٥٩	٣,٥١	٣,٤٢	٣,٣٧	٣,٣٠	٣,٢٧	٣,٢١	٣,١٨	٣,١٦	,٩٩

تابع الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية (درجات حرية التباين الصغير)	درجات حرية التباين الكبير ١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	حدود الدلالة الاحصائية
٢٧	٢,٠٨	٢,٠٣	١,٩٧	١,٩٣	١,٨٨	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٦	١,٧٤	١,٧١	١,٦٨	١,٦٧	,٩٥
	٢,٨٣	٢,٧٤	٢,٦٣	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٨	٢,٣٣	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٢	٢,١٠	,٩٩
٢٨	٢,٠٦	٢,٠٢	١,٩٦	١,٩١	١,٨٧	١,٨١	١,٧٨	١,٧٥	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٧	١,٦٥	,٩٥
	٢,٨٠	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥٢	٢,٤٤	٢,٣٥	٢,٣٠	٢,٢٢	٢,١٨	٢,١٣	٢,٠٩	٢,٠٦	,٩٩
٢٩	٢,٠٥	٢,٠٠	١,٩٤	١,٩٠	١,٨٥	١,٨٠	١,٧٧	١,٧٣	١,٨١	١,٦٨	١,٦٥	١,٦٤	,٩٥
	٢,٧٧	٢,٦٨	٢,٥٧	٢,٤٩	٢,٤١	٢,٣٢	٢,٢٧	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٠	٢,٠٦	٢,٠٣	,٩٩
٣٠	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤	١,٦٢	,٩٥
	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٨	٢,٢٩	٢,٢٤	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٧	٢,٠٣	٢,٠١	,٩٩
٣٢	٢,٠٢	١,٩٧	١,٩١	١,٨٦	١,٨٢	١,٧٦	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٧	١,٦٤	١,٦١	١,٥٩	,٩٥
	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٢	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٢	١,٩٨	١,٩٦	,٩٩
٣٤	٢,٠٠	١,٩٥	١,٨٩	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٤	١,٧١	١,٦٧	١,٦٤	١,٦١	١,٥٩	١,٥٧	,٩٥
	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٧	٢,٣٨	٢,٣٠	٢,٢١	٢,١٥	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٨	١,٩٤	١,٩١	,٩٩
٣٦	١,٩٨	١,٩٣	١,٨٧	١,٨٢	١,٧٨	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٥	١,٦٢	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٥	,٩٥
	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٤٣	٢,٣٥	٢,٢٦	٢,١٧	٢,١٢	٢,٠٤	٢,٠٠	١,٩٤	١,٩٠	١,٨٧	,٩٩
٣٨	١,٩٦	١,٩٢	١,٨٥	١,٨٠	١,٧٦	١,٧١	١,٦٧	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٧	١,٥٤	١,٥٣	,٩٥
	٢,٥٩	٢,٥١	٢,٤٠	٢,٣٢	٢,٢٢	٢,١٤	٢,٠٨	٢,٠٠	١,٩٧	١,٩٠	١,٨٦	١,٨٤	,٩٩
٤٠	١,٩٥	١,٩٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٦	١,٦١	١,٥٩	١,٥٥	١,٥٣	١,٥١	,٩٥
	٢,٥٦	٢,٤٩	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٥	١,٩٧	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٤	١,٨١	,٩٩
٤٢	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٢	١,٧٨	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٤	١,٦٠	١,٥٧	١,٥٤	١,٥١	١,٤٩	,٩٥
	٢,٥٤	٢,٤٦	٢,٣٥	٢,٢٦	٢,١٧	٢,٠٨	٢,٠٢	١,٩٤	١,٩١	١,٨٥	١,٨٠	١,٧٨	,٩٩
٤٤	١,٩٢	١,٨٨	١,٨١	١,٧٦	١,٧٢	١,٦٦	١,٦٣	١,٥٨	١,٥٦	١,٥٢	١,٥٠	١,٤٨	,٩٥
	٢,٥٢	٢,٤٤	٢,٣٢	٢,٢٤	٢,١٥	٢,٠٦	٢,٠٠	١,٩٢	١,٨٨	١,٨٢	١,٧٨	١,٧٥	,٩٩
٤٦	١,٩١	١,٨٧	١,٨٠	١,٧٥	١,٧١	١,٦٥	١,٦٢	١,٥٧	١,٥٤	١,٥١	١,٤٨	١,٤٦	,٩٥
	٢,٥٠	٢,٤٢	٢,٣٠	٢,٢٢	٢,١٣	٢,٠٤	١,٩٨	١,٩٠	١,٨٦	١,٨٠	١,٧٦	١,٧٢	,٩٩
٤٨	١,٩٠	١,٨٦	١,٧٩	١,٧٤	١,٧٠	١,٦٤	١,٦١	١,٥٦	١,٥٣	١,٥٠	١,٤٧	١,٤٥	,٩٥
	٢,٤٨	٢,٤٠	٢,٢٨	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٢	١,٩٦	١,٨٨	١,٨٤	١,٧٨	١,٧٣	١,٧٠	,٩٩

تابع جدول الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	حدود الدلالة الإحصائية
	درجات حرية التباين الكبير												
١	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٧	٢٣٩	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤	,٩٥
	٤٠٥٢	٤٩٩٩	٥٤٠٣	٥٦٢٥	٥٧٦٤	٥٨٥٩	٥٩٢٨	٥٩٨١	٦٠٢٢	٦٠٥٦	٦٠٨٢	٦١٠٦	,٩٩
٢	١٨,٥١	١٩,٠٠	١٩,١٦	١٩,٢٥	١٩,٣٠	١٩,٣٣	١٩,٣٦	١٩,٣٧	١٩,٣٨	١٩,٣٩	١٩,٤٠	١٩,٤١	,٩٥
	٩٨,٤٩	٩٩,٠١	٩٩,١٧	٩٩,٢٥	٩٩,٣٠	٩٩,٣٣	٩٩,٣٤	٩٩,٣٦	٩٩,٣٨	٩٩,٤٠	٩٩,٤١	٩٩,٤٢	,٩٩
٣	١٠,١٣	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٨	٨,٨٤	٨,٨١	٨,٧٨	٨,٧٦	٨,٧٤	,٩٥
	٣٤,١٢	٣٠,٨١	٢٩,٤٦	٢٨,٧١	٢٨,٢٤	٢٧,٩١	٢٧,٦٧	٢٧,٤٩	٢٧,٣٤	٢٧,٢٣	٢٧,١٣	٢٧,٠٥	,٩٩
٤	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٣٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤	٦,٠٠	٥,٩٦	٥,٩٣	٥,٩١	,٩٥
	٢١,٢٠	١٨,٠٠	١٦,٦٩	١٥,٩٨	١٥,٥٢	١٥,٢١	١٤,٩٨	١٤,٨٠	١٤,٦٦	١٤,٥٤	١٤,٤٥	١٤,٣٧	,٩٩
٥	٦,٦١	٥,٧٩	٥,٤١	٥,١٩	٥,٠٥	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٨٢	٤,٧٨	٤,٧٤	٤,٧٠	٤,٦٨	,٩٥
	١٦,٢٦	١٣,٢٧	١٢,٠٦	١١,٣٩	١٠,٩٧	١٠,٦٧	١٠,٤٥	١٠,٢٧	١٠,١٥	١٠,٠٥	٩,٩٦	٩,٨٩	,٩٩
٦	٥,٩٩	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٥٣	٤,٣٩	٤,٢٨	٤,٢١	٤,١٥	٤,١٠	٤,٠٦	٤,٠٣	٤,٠٠	,٩٥
	١٣,٧٤	١٠,٩٢	٩,٧٨	٩,١٥	٨,٧٥	٨,٤٧	٨,٢٦	٨,١٠	٧,٩٨	٧,٨٧	٧,٧٩	٧,٧٢	,٩٩
٧	٥,٥٩	٤,٧٤	٤,٣٥	٤,١٢	٣,٩٧	٣,٨٧	٣,٧٩	٣,٧٣	٣,٦٨	٣,٦٣	٣,٦٠	٣,٥٧	,٩٥
	١٢,٢٥	٩,٥٥	٨,٤٥	٧,٨٥	٧,٤٦	٧,١٩	٧,٠٠	٦,٨٤	٦,٧١	٦,٦٢	٦,٥٤	٦,٤٧	,٩٩
٨	٥,٣٢	٤,٤٦	٤,٠٧	٣,٨٤	٣,٦٩	٣,٥٨	٣,٥٠	٣,٤٤	٣,٣٩	٣,٣٤	٣,٣١	٣,٢٨	,٩٥
	١١,٢٦	٨,٦٥	٧,٥٩	٧,٠١	٦,٦٣	٦,٣٧	٦,١٩	٦,٠٣	٥,٩١	٥,٨٢	٥,٧٤	٥,٦٧	,٩٩
٩	٥,١٢	٤,٢٦	٣,٨٦	٣,٦٣	٣,٤٨	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣	٣,١٨	٣,١٣	٣,١٠	٣,٠٧	,٩٥
	١٠,٥٦	٨,٠٢	٦,٩٩	٦,٤٢	٦,٠٦	٥,٨٠	٥,٦٢	٥,٤٧	٥,٣٥	٥,٢٦	٥,١٨	٥,١١	,٩٩
١٠	٤,٩٦	٤,١٠	٣,٧١	٣,٤٨	٣,٣٣	٣,٢٢	٣,١٤	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٧	٢,٩٤	٢,٩١	,٩٥
	١٠,٠٤	٧,٥٦	٦,٥٥	٥,٩٩	٥,٦٤	٥,٣٩	٥,٢١	٥,٠٦	٤,٩٥	٤,٨٥	٤,٧٨	٤,٧١	,٩٩
١١	٤,٨٤	٣,٩٨	٣,٥٩	٣,٣٦	٣,٢٠	٣,٠٩	٣,٠١	٢,٩٥	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٧٩	,٩٥
	٩,٦٥	٧,٢٠	٦,٢٢	٥,٦٧	٥,٣٢	٥,٠٧	٤,٨٨	٤,٧٤	٤,٦٣	٤,٥٤	٤,٤٦	٤,٤٠	,٩٩
١٢	٤,٧٥	٣,٨٨	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١١	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٦	٢,٧٢	٢,٦٩	,٩٥
	٩,٣٣	٦,٩٣	٥,٩٥	٥,٤١	٥,٠٦	٤,٨٢	٤,٦٥	٤,٥٠	٤,٣٩	٤,٣٠	٤,٢١	٤,١٦	,٩٩
١٣	٤,٦٧	٣,٨٠	٣,٤١	٣,١٨	٣,٠٢	٢,٩٢	٢,٨٤	٢,٧١	٢,٧٢	٢,٦٧	٢,٦٣	٢,٦٠	,٩٥
	٩,٠٧	٦,٧٠	٥,٧٤	٥,٢٠	٤,٨٦	٤,٦٢	٤,٤٤	٤,٣٠	٤,١٩	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٦	,٩٩

تابع جدول الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية (درجات حرية التباين الصغير)	١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	حدود الدلالة الاحصائية للنسبة
	درجات حرية التباين الكبير												
١٤	٢,٤٨	٢,٤٤	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٦	[illegible]	٢,١٣	,٩٥
	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥١	٣,٤٣	٣,٣٤	٣,٢٦	٣,٢١	٣,١٤	٣,١١	٣,٠٦	٣,٠١	٣,٠٠	,٩٩
١٥	٢,٤٣	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٨	٢,١٥	٢,١٢	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٧	,٩٥
	٣,٥٦	٣,٤٨	٣,٣٦	٣,٢٩	٣,٢٠	٣,١٢	٣,٠٧	٣,٠٠	٢,٩٧	٢,٩٢	٢,٨٩	٢,٨٧	,٩٩
١٦	٢,٣٧	٢,٣٣	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢٠	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٩	٢,٠٧	٢,٠٤	٢,٠٢	٢,٠١	,٩٥
	٣,٤٥	٣,٣٧	٣,٢٥	٣,١٨	٣,١٠	٣,٠١	٢,٩٦	٢,٨٩	٢,٨٦	٢,٨٠	٢,٧٧	٢,٧٥	,٩٩
١٧	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٣	٢,١٩	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٤	٢,٠٢	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٦	,٩٥
	٣,٣٥	٣,٢١	٣,١٦	٣,٠٨	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٦	[illegible]	٢,٧٦	[illegible]	٢,٦٧	٢,٦٥	,٩٩
١٨	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,١٩	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٤	[illegible]	١,٩٨	١,٩٥	١,٩٣	[illegible]	,٩٥
	٣,٢٧	٣,١٩	٣,٠٧	٣,٠٠	٢,٩١	٢,٨٣	٢,٧٨	[illegible]	٢,٦٨	٢,٦٢	٢,٥٩	[illegible]	,٩٩
١٩	٢,٢٦	٢,٢١	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٢	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩٤	[illegible]	[illegible]	[illegible]	,٩٥
	٣,١٩	٣,١٢	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٤	٢,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٣	[illegible]	٢,٥٤	٢,٥١	٢,٤٩	,٩٩
٢٠	٢,٢٣	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٤	,٩٥
	٣,١٣	٣,٠٥	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٧	٢,٦٩	٢,٦٣	٢,٥٦	٢,٥٣	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤٢	,٩٩
٢١	٢,٢٠	٢,١٥	٢,٠٩	٢,٠٥	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩٣	[illegible]	١,٨٧	[illegible]	١,٨٢	١,٨١	,٩٥
	٣,٠٧	٢,٩٩	٢,٨٨	٢,٨٠	٢,٧٢	٢,٦٣	٢,٥٨	[illegible]	[illegible]	٢,٤٢	٢,٣٨	٢,٣٦	,٩٩
٢٢	٢,١٨	٢,١٣	٢,٠٧	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٣	١,٩١	١,٨٧	١,٨٤	١,٨١	١,٨٠	١,٧٨	,٩٥
	٣,٠٢	٢,٩٤	٢,٨٣	٢,٧٥	٢,٦٧	٢,٥٨	٢,٥٣	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٣٧	٢,٣٣	٢,٣١	,٩٩
٢٣	٢,١٤	٢,١٠	٢,٠٤	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩١	١,٨٨	١,٨٤	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٧	١,٧[illegible]	,٩٥
	٢,٩٧	٢,٨٩	٢,٧٨	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٨	٢,٤١	٢,٣٧	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٦	,٩٩
٢٤	٢,١٣	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٢	١,٨٠	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٣	,٩٥
	٢,٩٣	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٣٦	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢٣	٢,٢١	,٩٩
٢٥	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٧	١,٧٤	١,٧٢	١,٧١	,٩٥
	٢,٨٩	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٤٥	٢,٤٠	٢,٣٢	٢,٢٩	٢,٢٣	٢,١٩	٢,١٧	,٩٩
٢٦	٢,١٠	٢,٠٥	١,٩٩	١,٩٥	١,٩٠	١,٨٥	١,٨٢	١,٧٨	١,٧٦	١,٧٢	١,٧٠	١,٦٩	,٩٥
	٢,٨٦	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥٠	٢,٤١	٢,٣٦	٢,٢٨	٢,٢٥	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٣	,٩٩

تابع جدول الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية	درجات حرية التباين الكبير ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	حدود الدلالة الإحصائية
٢٧	٤,٢١	٣,٣٥	٢,٩٦	٢,٧٣	٢,٥٧	٢,٤٦	٢,٣٧	٢,٣٠	٢,٢٥	٢,٢٠	٢,١٦	٢,١٣	,٩٥
	٧,٦٨	٥,٤٩	٤,٦٠	٤,١١	٣,٧٩	٣,٥٦	٣,٣٩	٣,٢٦	٣,١٤	٣,٠٦	٢,٩٨	٢,٩٣	,٩٩
٢٨	٤,٢٠	٣,٣٤	٢,٩٥	٢,٧١	٢,٥٦	٢,٤٤	٢,٣٦	٢,٢٩	٢,٢٤	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٢	,٩٥
	٧,٦٤	٥,٤٥	٤,٥٧	٤,٠٧	٣,٧٦	٣,٥٣	٣,٣٦	٣,٢٣	٣,١١	٣,٠٣	٢,٩٥	٢,٩٠	,٩٩
٢٩	٤,١٨	٣,٣٣	٢,٩٣	٢,٧٠	٢,٥٤	٢,٤٣	٢,٣٥	٢,٢٨	٢,٢٢	١,١٨	٢,١٤	٢,١٠	,٩٥
	٧,٦٠	٥,٤٢	٤,٥٤	٤,٠٤	٣,٧٣	٣,٥٠	٣,٣٣	٣,٢٠	٣,٠٨	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٧	,٩٩
٣٠	٤,١٧	٣,٣٢	٢,٩٢	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٤	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٢	٢,٠٩	,٩٥
	٧,٥٦	٥,٣٩	٤,٥١	٤,٠٢	٣,٧٠	٣,٤٧	٣,٣٠	٣,١٧	٣,٠٦	٢,٩٨	٢,٩٠	٢,٨٤	,٩٩
٣٢	٤,١٥	٣,٣٠	٢,٩٠	٢,٦٧	٢,٥١	٢,٤٠	٢,٣٢	٢,٢٥	٢,١٩	٢,١٤	٢,١٠	٢,٠٧	,٩٥
	٧,٥٠	٥,٣٤	٤,٤٦	٣,٩٧	٣,٦٦	٣,٤٢	٣,٢٥	٣,١٢	٣,٠١	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٨٠	,٩٩
٣٤	٤,١٣	٣,٢٨	٢,٨٨	٢,٦٥	٢,٤٩	٢,٣٨	٢,٣٠	٢,٢٣	٢,١٧	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٥	,٩٥
	٧,٤٤	٥,٢٩	٤,٤٢	٣,٩٣	٣,٦١	٣,٣٨	٣,٢١	٣,٠٨	٢,٩٧	٢,٨٩	٢,٨٢	٢,٧٦	,٩٩
٣٦	٤,١١	٣,٢٦	٢,٨٦	٢,٦٣	٢,٤٨	٢,٣٦	٢,٢٨	٢,٢١	٢,١٥	١,١٠	٢,٠٦	٢,٠٣	,٩٥
	٧,٣٩	٥,٢٥	٤,٣٨	٣,٨٩	٣,٥٨	٣,٣٥	٣,١٨	٣,٠٤	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٨	٢,٧٢	,٩٩
٣٨	٤,١٠	٣,٢٥	٢,٨٥	٢,٦٢	٢,٤٦	٢,٣٥	٢,٢٦	٢,١٩	٢,١٤	٢,٠٩	٢,٠٥	٢,٠٢	,٩٥
	٧,٣٥	٥,٢١	٤,٣٤	٣,٨٦	٣,٥٤	٣,٣٢	٣,١٥	٣,٠٢	٢,٩١	٢,٨٢	٢,٧٥	٢,٦٩	,٩٩
٤٠	٤,٠٨	٣,٢٣	٢,٨٤	٢,٦١	٢,٤٥	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٧	٢,٠٤	٢,٠٠	,٩٥
	٧,٣١	٥,١٨	٤,٣١	٣,٨٣	٣,٥١	٣,٢٩	٣,١٢	٢,٩٩	٢,٨٨	٢,٨٠	٢,٧٣	٢,٦٦	,٩٩
٤٢	٤,٠٧	٣,٢٢	٢,٨٣	٢,٥٩	٢,٤٤	٢,٣٢	٢,٢٤	٢,١٧	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٢	١,٩٩	,٩٥
	٧,٢٧	٥,١٥	٤,٢٩	٣,٨٠	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١٠	٢,٩٦	٢,٨٦	٢,٧٧	٢,٧٠	٢,٦٤	,٩٩
٤٤	٤,٠٦	٣,٢١	٢,٨٢	٢,٥٨	٢,٤٣	٢,٣١	٢,٢٣	٢,١٦	٢,١٠	٢,٠٥	٢,٠١	١,٩٨	,٩٥
	٧,٢٤	٥,١٢	٤,٢٦	٣,٧٨	٣,٤٦	٣,٢٤	٣,٠٧	٢,٩٤	٢,٨٤	٢,٧٥	٢,٦٨	٢,٦٢	,٩٩
٤٦	٤,٠٥	٣,٢٠	٢,٨١	٢,٥٧	٢,٤٢	٢,٣٠	٢,٢٢	٢,١٤	٢,٠٩	٢,٠٤	٢,٠٠	١,٩٧	,٩٥
	٧,٢١	٥,١٠	٤,٢٤	٣,٧٦	٣,٤٤	٣,٢٢	٣,٠٥	٢,٩١	٢,٨٢	٢,٧٣	٢,٦٦	٢,٦٠	,٩٩
٤٨	٤,٠٤	٣,١٩	٢,٨٠	٢,٥٦	٢,٤١	٢,٣٠	٢,٢١	٢,١٤	٢,٠٨	٢,٠٣	١,٩٩	١,٩٦	,٩٥
	٧,١٩	٥,٠٨	٤,٢٢	٣,٧٤	٣,٤٢	٣,٢٠	٣,٠٤	٢,٩٠	٢,٨٠	٢,٧١	٢,٦٤	٢,٥٨	,٩٩

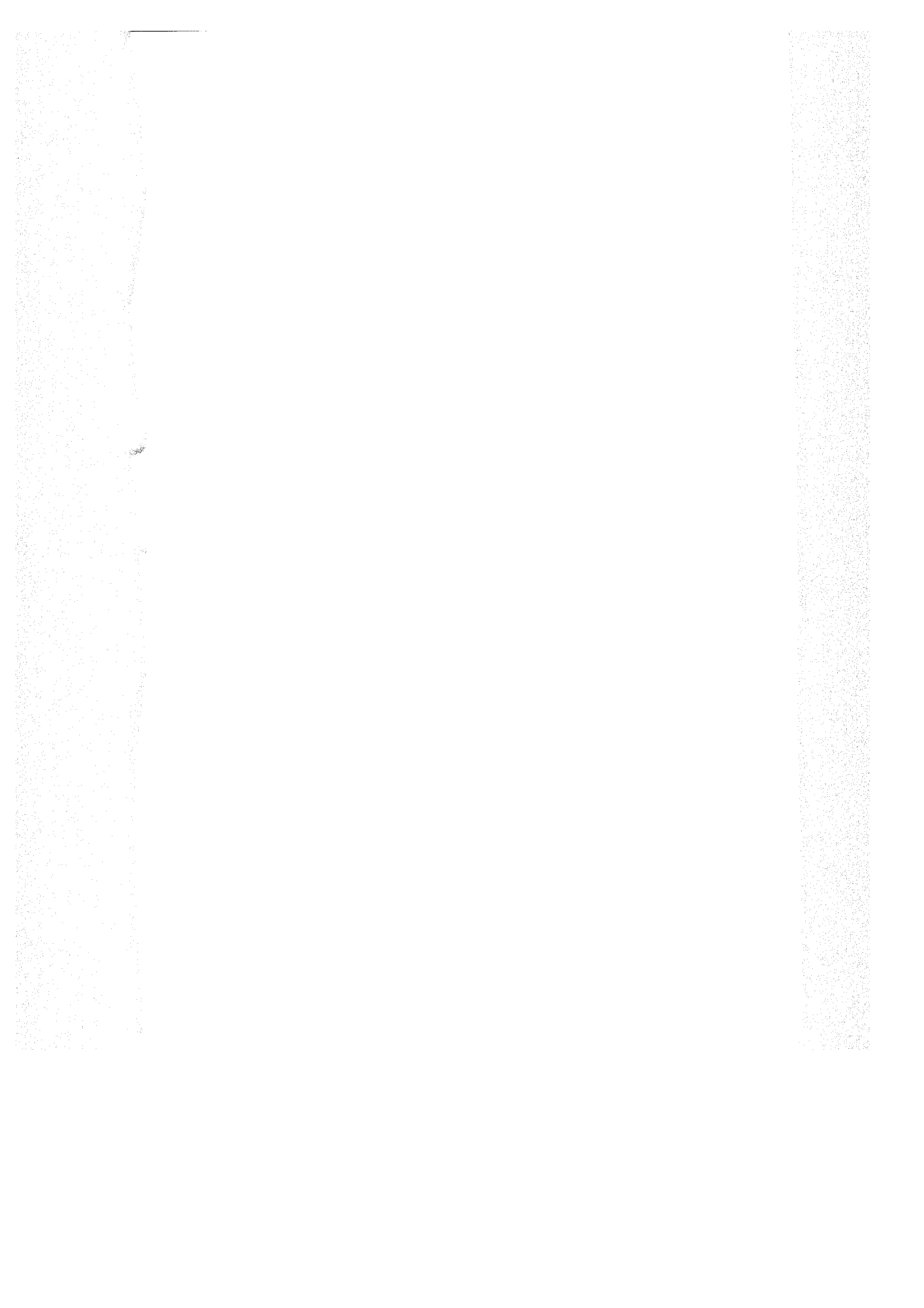
تابع جدول الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية (درجات حرية التباين الصغير)	درجات حرية التباين الكبير ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	حدود الدلالة الاحصائية
٥٠	٤,٠٣	٣,١٨	٢,٧٩	٢,٥٦	٢,٤٠	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١٣	٢,٠٧	٢,٠٢	١,٩٨	١,٩٥	,٩٥
	٧,١٧	٥,٠٦	٤,٢٠	٣,٧٢	٣,٤١	٣,١٨	٣,٠٢	٢,٨٨	٢,٧٨	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٦	,٩٩
٥٥	٤,٠٢	٣,١٧	٢,٧٨	٢,٥٤	٢,٣٨	٢,٢٧	٢,١٨	٢,١١	٢,٠٥	٢,٠٠	١,٩٧	١,٩٣	,٩٥
	٧,١٢	٥,٠١	٤,١٦	٣,٦٨	٣,٣٧	٣,١٥	٢,٩٨	٢,٨٥	٢,٧٥	٢,٦٦	٢,٥٩	٢,٥٣	,٩٩
٦٠	٤,٠٠	٣,١٥	٢,٧٦	٢,٥٢	٢,٣٧	٢,٢٥	٢,١٧	٢,١٠	٢,٠٤	١,١٩	١,٩٥	١,٩٢	,٩٥
	٧,٠٨	٤,٩٨	٤,١٣	٣,٦٥	٣,٣٤	٣,١٢	٢,٩٥	٢,٨٢	٢,٧٢	٢,٦٣	٢,٥٦	٢,٥٠	,٩٩
٦٥	٣,٩٩	٣,١٤	٢,٧٥	٢,٥١	٢,٣٦	٢,٢٤	٢,١٥	٢,٠٨	٢,٠٢	١,٩٨	١,٩٤	١,٩٠	,٩٥
	٧,٠٤	٤,٩٥	٤,١٠	٣,٦٢	٣,٣١	٣,٠٩	٢,٩٣	٢,٧٩	٢,٧٠	٢,٦١	٢,٥٤	٢,٤٧	,٩٩
٧٠	٣,٩٨	٣,١٣	٢,٧٤	٢,٥٠	٢,٣٥	٢,٢٣	٢,١٤	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٧	١,٩٣	١,٨٩	,٩٥
	٧,٠١	٤,٩٢	٤,٠٨	٣,٦٠	٣,٢٩	٣,٠٧	٢,٩١	٢,٧٧	٢,٦٧	٢,٥٩	٢,٥١	٢,٤٥	,٩٩
٨٠	٣,٩٦	٣,١١	٢,٧٢	٢,٤٨	٢,٣٣	٢,٢١	٢,١٢	٢,٠٥	١,٩٩	١,٩٥	١,٩١	١,٨٨	,٩٥
	٦,٩٦	٤,٨٨	٤,٠٤	٣,٥٦	٣,٢٥	٣,٠٤	٢,٨٧	٢,٧٤	٢,٦٤	٢,٥٥	٢,٤٨	٢,٤١	,٩٩
١٠٠	٣,٩٤	٣,٠٩	٢,٧٠	٢,٤٦	٢,٣٠	٢,١٩	٢,١٠	٢,٠٣	١,٩٧	١,٩٢	١,٨٨	١,٨٥	,٩٥
	٦,٩٠	٤,٨٢	٣,٩٨	٣,٥١	٣,٢٠	٢,٩٩	٢,٨٢	٢,٦٩	٢,٥٩	٢,٥١	٢,٤٣	٢,٣٦	,٩٩
١٢٥	٣,٩٢	٣,٠٧	٢,٦٨	٢,٤٤	٢,٢٩	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠١	١,٩٥	١,٩٠	١,٨٦	١,٨٣	,٩٥
	٦,٨٤	٤,٧٨	٣,٩٤	٣,٤٧	٣,١٧	٢,٩٥	٢,٧٩	٢,٦٥	٢,٥٦	٢,٤٧	٢,٤٠	٢,٣٣	,٩٩
١٥٠	٣,٩١	٣,٠٦	٢,٦٧	٢,٤٣	٢,٢٧	٢,١٦	٢,٠٧	٢,٠٠	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٥	١,٨٢	,٩٥
	٦,٨١	٤,٧٥	٣,٩١	٣,٤٤	٣,١٤	٢,٩٢	٢,٧٦	٢,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٤	٢,٣٧	٢,٣٠	,٩٩
٢٠٠	٣,٨٩	٣,٠٤	٢,٦٥	٢,٤١	٢,٢٦	٢,١٤	٢,٠٥	١,٩٨	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٣	١,٨٠	,٩٥
	٦,٧٦	٤,٧١	٣,٨٨	٣,٤١	٣,١١	٢,٩٠	٢,٧٣	٢,٦٠	٢,٥٠	٢,٤١	٢,٣٤	٢,٢٨	,٩٩
٤٠٠	٣,٨٦	٣,٠٢	٢,٦٢	٢,٣٩	٢,٢٢	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٦	١,٩٠	١,٨٥	١,٨١	١,٧٨	,٩٥
	٦,٧٠	٤,٦٦	٣,٨٣	٣,٣٦	٣,٠٦	٢,٨٥	٢,٦٩	٢,٥٥	٢,٤٦	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٣	,٩٩
١٠٠٠	٣,٨٥	٣,٠٠	٢,٦١	٢,٣٨	٢,٢٢	٢,١٠	٢,٠٢	١,٩٥	١,٨٩	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٦	,٩٥
	٦,٦٦	٤,٦٢	٣,٨٠	٣,٣٤	٣,٠٤	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٥٣	١,٤٣	٢,٣٤	٢,٢٦	٢,٢٠	,٩٩
∞	٣,٨٤	٢,٩٩	٢,٦٠	٢,٣١	١,٢١	٢,٠٩	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٥	,٩٥
	٦,٦٤	٤,٦٠	٣,٧٨	٣,٣٢	٣,٠٢	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٢	٢,٢٤	٢,١٨	,٩٩

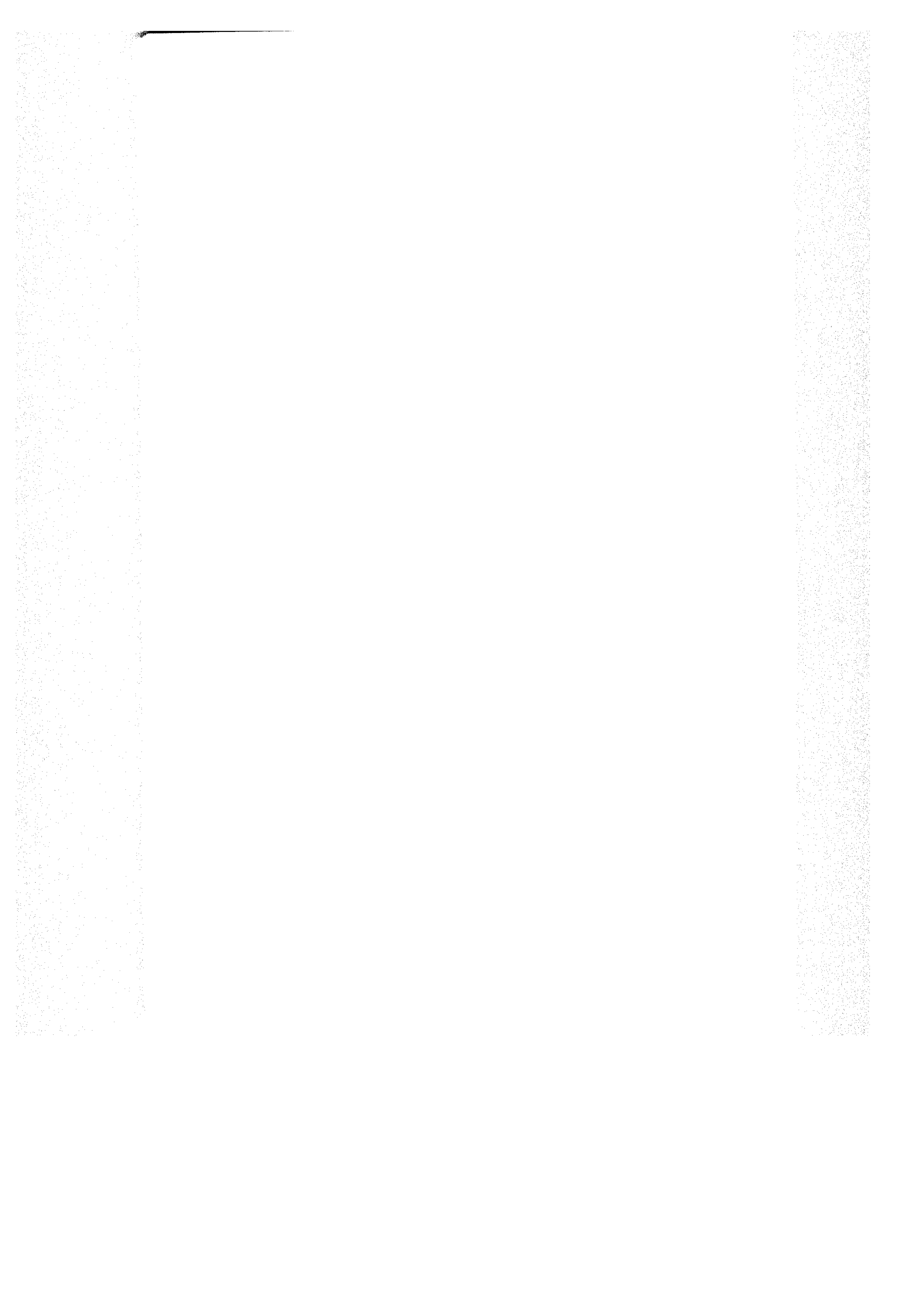
تابع جدول الاحصائية للنسبة الفائية (ف)

درجات حرية النسبة الفائية	١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	حدود الدلالة الإحصائية للفئة
	درجات حرية التباين الكبير												
٥٠	١,٩٠	١,٨٥	١,٧٨	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٥	١,٥٢	١,٤٨	١,٤٦	١,٤٤	,٩٥
	٢,٤٦	٢,٣٩	٢,٢٦	٢,١٨	٢,١٠	٢,٠٠	١,٩٤	١,٨٦	١,٨٢	١,٧٦	١,٧١	١,٦٨	,٩٩
٥٥	١,٨٨	١,٨٣	١,٧٦	١,٧٢	١,٦٧	١,٦١	١,٥٨	١,٥٢	١,٥٠	١,٤٦	١,٤٣	١,٤١	,٩٥
	٢,٤٣	٢,٣٥	٢,٢٣	٢,١٥	٢,٠٦	١,٩٦	١,٩٠	١,٨٢	١,٧٨	١,٧١	١,٦٦	١,٦٤	,٩٩
٦٠	١,٨٦	١,٨١	١,٧٥	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٩	١,٥٦	١,٥٠	١,٤٨	١,٤٤	١,٤١	١,٣٩	,٩٥
	٢,٤٠	٢,٣٢	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٣	١,٨٧	١,٧٩	١,٧٤	١,٦٨	١,٦٣	١,٦٠	,٩٩
٦٥	١,٨٥	١,٨٠	١,٧٣	١,٦٨	١,٦٣	١,٥٧	١,٥٤	١,٤٩	١,٤٦	١,٤٢	١,٣٩	١,٣٧	,٩٥
	٢,٣٧	٢,٣٠	٢,١٨	٢,٠٩	٢,٠٠	١,٩٠	١,٨٤	١,٧٦	١,٧١	١,٦٤	١,٦٠	١,٥٦	,٩٩
٧٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٢	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٧	١,٤٥	١,٤٠	١,٣٧	١,٣٥	,٩٥
	٢,٣٥	٢,٢٨	٢,١٥	٢,٠٧	١,٩٨	١,٨٨	١,٨٢	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٢	١,٥٥	١,٥٣	,٩٩
٨٠	١,٨٢	١,٧٧	١,٧٠	١,٦٥	١,٦٠	١,٥٤	١,٥١	١,٤٥	١,٤٢	١,٣٨	١,٣٥	١,٣٢	,٩٥
	٢,٣٢	٢,٢٤	٢,١١	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٤	١,٧٨	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٩	,٩٩
١٠٠	١,٧٩	١,٧٥	١,٦٨	١,٦٣	١,٥٧	١,٥١	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٩	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٨	,٩٥
	٢,٢٦	٢,١٩	٢,٠٦	١,٩٨	١,٨٩	١,٧٩	١,٧٣	١,٦٤	١,٥٩	١,٥١	١,٤٦	١,٤٣	,٩٩
١٢٥	١,٧٧	١,٧٢	١,٦٥	١,٦٠	١,٥٥	١,٤٩	١,٤٥	١,٣٩	١,٣٦	١,٣١	١,٢٧	١,٢٥	,٩٥
	٢,٢٣	٢,١٥	٢,٠٣	١,٩٤	١,٨٥	١,٧٥	١,٦٨	١,٥٩	١,٥٤	١,٤٦	١,٤٠	١,٣٧	,٩٩
١٥٠	١,٧٦	١,٧١	١,٦٤	١,٥٩	١,٥٤	١,٤٧	١,٤٤	١,٣٧	١,٣٤	١,٢٩	١,٢٥	١,٢٢	,٩٥
	٢,٢٠	٢,١٢	٢,٠٠	١,٩١	١,٨٣	١,٧٢	١,٦٦	١,٥٦	١,٥١	١,٤٣	١,٣٧	١,٣٣	,٩٩
٢٠٠	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٢	١,٥٧	١,٥٢	١,٥٤	١,٤٢	١,٣٥	١,٣٢	١,٢٦	١,٢٢	١,١٩	,٩٥
	٢,١٧	٢,٠٩	١,٩٧	١,٨٨	١,٧٩	١,٦٩	١,٦٢	١,٥٣	١,٤٨	١,٣٩	١,٣٣	١,٢٨	,٩٩
٤٠٠	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٠	١,٥٤	١,٤٩	١,٤٣	١,٣٨	١,٣٢	١,٢٨	١,٢٢	١,١٦	١,١٣	,٩٥
	٢,١٢	٢,٠٤	١,٩٢	١,٨٤	١,٧٤	١,٦٤	١,٥٧	١,٤٧	١,٤٢	١,٣٢	١,٢٤	١,١٩	,٩٩
١٠٠٠	١,٧٠	١,٦٥	١,٥٨	١,٥٣	١,٤٧	١,٤١	١,٣٦	١,٣٠	١,٢٦	١,١٩	١,١٣	١,٠٨	,٩٥
	٢,٠٩	٢,٠١	١,٨٩	١,٧١	١,٧١	١,٦١	١,٥٤	١,٤٤	١,٣٨	١,٢٨	١,١٩	١,١١	,٩٩
∞	١,٦٩	١,٦٤	١,٥٧	١,٥٢	١,٤٦	١,٤٠	١,٣٥	١,٢٨	١,٢٤	١,١٧	١,١١	١,٠٠	,٩٥
	٢,٠٧	١,٩٩	١,٨٧	١,٧٩	١,٦٩	١,٥٩	١,٥٢	١,٤١	١,٣٦	١,٢٥	١,١٥	١,٠٠	,٩٩

الملحق رقم (٦)




المراجع



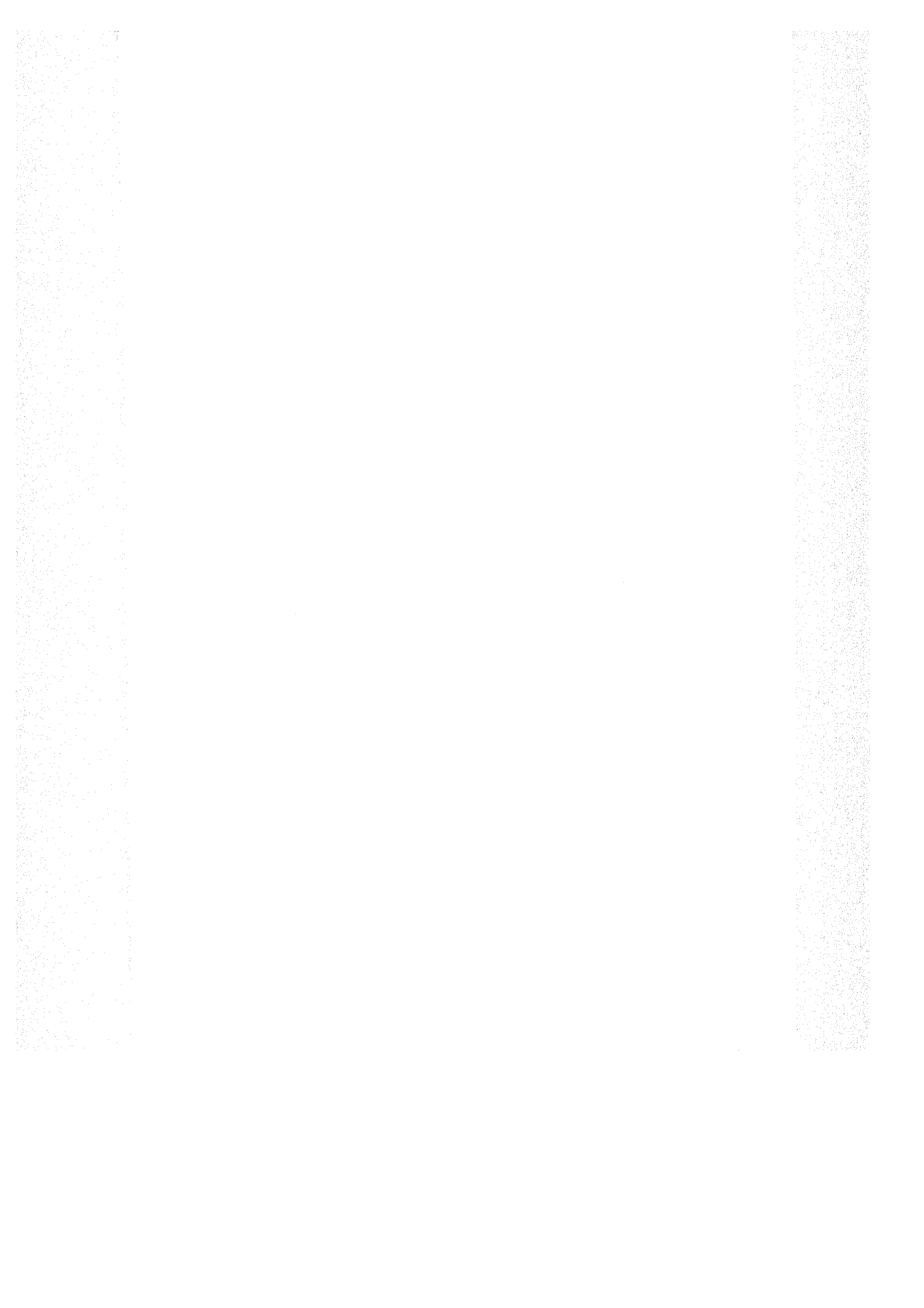
المراجع العربية

١ ـــ السيد محمد خيرى (١٩٧٠) : الاحصاء فى البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية . الطبعة الرابعة دار النهضة العربية القاهرة .

٢ ـــ عبد العزيز القوصى وآخرون (١٩٥٦) الاحصاء فى التربية وعلم النفس . مكتبة النهضة المصرية القاهرة .

٣ ـــ رمزيه الغريب (١٩٧٧) التقويم والقياس النفسى والتربوى . الانجلو المصرية القاهرة .

٤ ـــ فؤاد البهى السيد (١٩٧٩) : علم النفس الاحصائى وقياس العقل البشرى . الطبعة الثامنة دار الفكر العربى القاهرة .



المراجع الأجنبية

REFERENCES

1 — Carrett H. E. (1966) : Statistics in Psychology and Education. Longman, England.

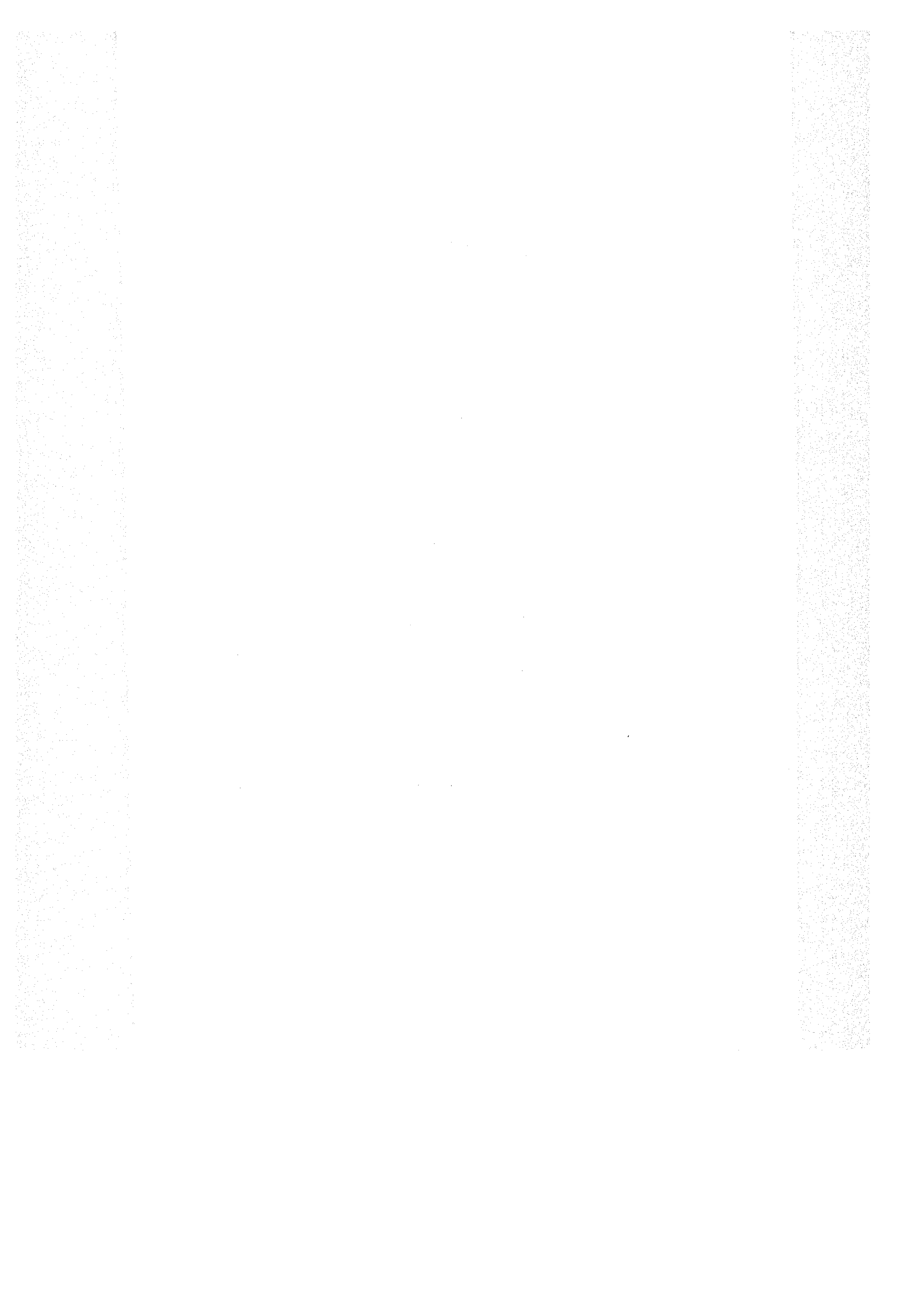
2 — Hays, W. L. (1974) : Statistics for the Social Science, 2nd ed. Holt Reinhart and Winston, New york

3 — Kerlinger, F. N.(1965) : Foundations of Behavioural Research. Reinhart and Winston, New york

4 — Kerlinger, F. N. & Pechazur, E. J. (1973): Multiple Regression in Beha-vioural Reseacch, Holt, Reinhart and Winston, New york.

5 — Lewis, D: G. (1971) : The Analysis of Veriance Manchester Uuiversity Press England.

6 — Pophar, W. J. (1967) : Educational Statistics, Use and Interpetation, Harper and Row, New york



جدول المحتويات

الموضوع | صفحة

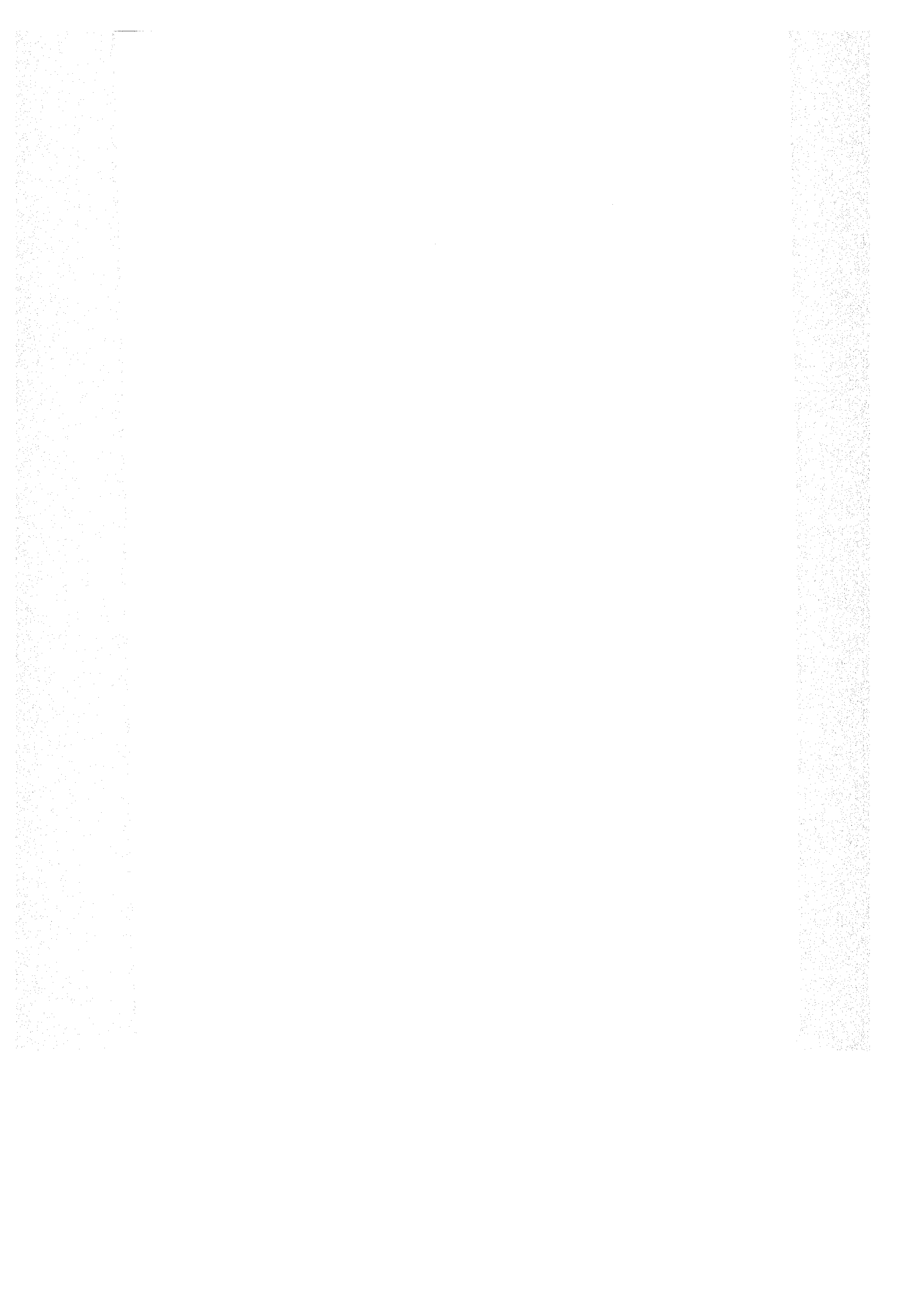
الموضوع	صفحة

الموضوع — صفحة

الموضوع | الصفحة

الموضوع	صفحة

الموضوع	صفحة



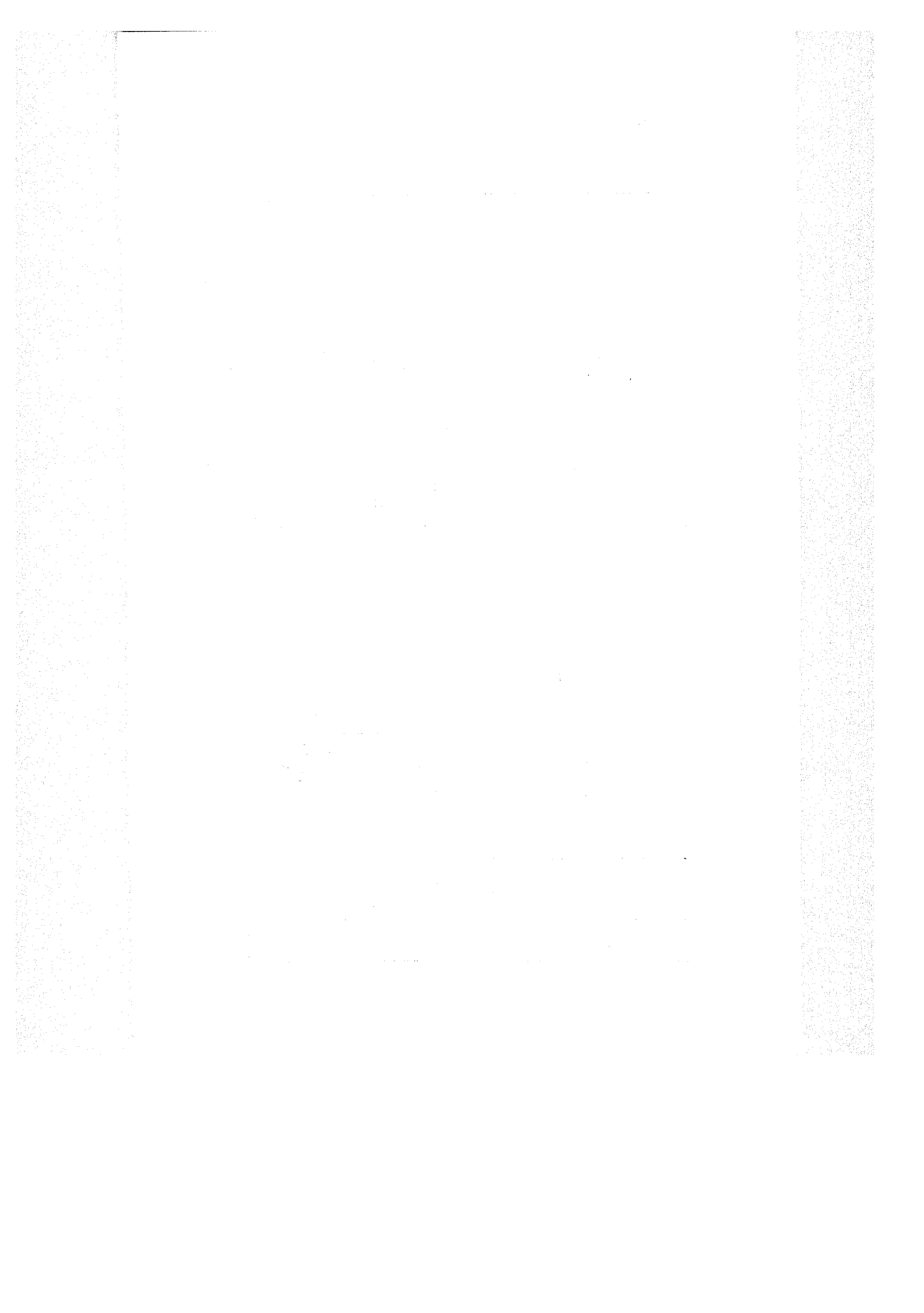
رقم الصفحة	رقم السطر	الخطـــأ	التصويب
٣٣	الثانى	مثال (٣) ...... بالجدول رقم (١) ص)	بالجدول رقم (٢) ص ٢٥
٣٣	الأخير	* سبق .... بالكتاب ض .	० سبق ...... بالكتاب ص ٣٠
٣٥	الرابع	والمتجمع التنازلى التوزيع	والمتجمع التنازلى للتوزيع
٣٥	الخامس	التكرار المبين بالجدول (١) ص ٥٠ ...	التكرار المبين بالجدول رقم (٢) ص ٢٥
٤١	العنوان	مقاييس الترعة المركزية	مقاييس النزعة المركزية
٤٨	الخامس	... متوسطا قرضيا (ا) ...	... متوسطا فرضيا (أ) ...
٤٨	الأخير	...... + مجوع الانحرافات / عدد القيم	...... + مجموع الانحرافات / عدد القيم
٥١	الثانى	فى المثال رقم (٢) ص	فى المثال رقم ٤ ص ٤٦
٥١	الأخير	...... = ٧ر٨	...... = ٨ر٧
٥٣	التاسع	وإذا حسبنا ...٥	وإذا حسبناه

رقم الصفحة	رقم السطر	الخطــأ	التصويب
٥٣	الأخير	بترتيب الاعد	بترتيب الاعداد
٥٤	١٣	أجد المتوسط	أوجد المتوسط ... ...
٤٤	الأخير	* هذا ...... الفصل الثانى ص	* هذا الفصل الثانى ص ٣٥
٥٩	٩	+ (ترتيب الوسيط — التكرار المتجمع السابق × طول للفئة الوسيطة) / (التكرار المتجمع للفئة الوسيطة)	(ترتيب الوسيط — التكرار المتجمع السابق) / (التكرار المتجمع للفئة الوسيطة — التكرار المتجمع السابق) × طول الفئة الوسيطة
٥٩	١٢	+ (... — ... × طول الفئة الوسيطة) / (التكرار المتجمع السابق — التكرار المتجمع للفئة الوسيطة)	+ (... — التكرار المتجمع للفئة الوسيطة) / (... — التكرار المتجمع للفئة الوسيطة) × طول الفئة الوسيطة

رقم الصفحة	رقم السطر	الخطــأ	الصواب
٦٣	١٣	(... ... — ... ... × طول الفئة الوسيطة) / (التكرار المتجمع الساق — التكرار المتجمع الساق للفئة الوسيطة)	((... — التكرار المتجمع للفئة الوسيطة) / (... — التكرار المتجمع للفئة الوسيطة)) × طول الفئـة الوسيطة
٦٧	العنوان	Measllres of ...	Measnres of ....
٧٠	١٥	$ح' = \frac{مجـ ا ح ا}{ن}$	$ح' = \frac{مجـ ا ح ا}{ن}$
٧٢	الأخير	... ... من المعادلة الربيعى	... من المعادلة التالية
٧٥	٢	... ويرمز له بالرمز س	... ويرمز له بالرمز σ
٧٥	٩	تحسب	نحسب ... ...
٧٥	١٠	تحسب	نحسب ... ...

رقم الصفحة	رقم السطر	الخطأ	التصويب
٧٥	١١	تحسب	نحسب ... ...
٨٠	١٠	$\text{ع} = \sqrt{\frac{٦٠٠٢}{١٠٠} - \left(\frac{-٤^{٢}}{١٠}\right)^{٢}}$	$\sqrt{\frac{٦٠٠٢}{١٠٠} - \left(\frac{-٤}{١٠٠}\right)^{٢}}$
٨٠	١١	$= \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots}$	$\sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots}$
٨٥	٦	الدرجة المعيارية $(\text{د}) = \frac{\text{س} - \text{س}}{\text{ع}}$	...... $(\text{د}) = \frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{\text{ع}}$
١٢١	الاخير	هذه المعاتير	هذه المعايير ......
١٤٠	١٦	...... $= \text{مج}\left(\text{ص} - (\text{ا} + \text{ب س})^{٢}\right)$	...... $= \text{مج}\left(\text{ص} - (\text{ا} + \text{ب س}^{٢})\right)$
١٥٢	١١	الخطأ المعيارى فى المتوسط العينه	الخطأ المعيارى المتوسط العينه

رقم الصفحة	رقم السطر	الخطأ	التصويب
١٥٥	الاخير	...... = $\sqrt{\frac{ع^2}{س_1}+\frac{ع^2}{س_2}}$	...... = $\sqrt{ع^2_{س_1}+ع^2_{س_2}}$
١٥٩	الأول	...... لأستخدام أحتبار (ت)	...... لأستخدام اختبار (ت)
١٦١	الأخير	...... = $ع^2_{1\,ن_1}+ع^2_{2\,ن_2}$	...... = $\frac{ع^2_1}{ن_1}+\frac{ع^2_2}{ن_2}$
١٧٣	الأول	ح ف٢	$ح^2_ف$
١١٣	١٧	ت = $\sqrt{\frac{س_ف}{\frac{مجـ ح^2_ف}{2ن(ن-1)}}}$	ت = $\sqrt{\frac{س_ف}{\frac{مجـ ح^2_ف}{ن(ن-1)}}}$





رقم الإيداع ٨٠/٥٧٣١

الترقيم الدولي ٩٧٧ - ٧٣٤١ - ١٧ - ٢

